SECUNDARIA

TEXTO DE MATEMÁTICA 2







REPÚBLICA DEL PERÚ

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

El ciudadano que queremos



(*) Este aprendizaje es para aquellos estudiantes que tienen como lengua materna una de las 48 lenguas originarias o lengua de señas, y que aprenden el castellano como segunda lengua.

Currículo Nacional

TEXTO DE MATEMÁTICA 2







MINISTERIO DE EDUCACIÓN

TEXTO DE MATEMÁTICA 2

El presente material educativo para estudiantes de segundo grado ha sido elaborado por la Dirección de Educación Secundaria para promover el desarrollo de las competencias en el área de Matemática, propuestas en el Currículo Nacional de la Educación Básica.

Edición:
© Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.° 193
San Borja
Lima 15021, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Propuesta pedagógica y edición
Pedro David Collanqui Díaz

Especialista en edición
Oscar Emiliano Palomino Flores

Diseño gráfico
Ana Matilde Morales Vásquez
Carlos Héctor Boza Loayza

Elaboración de contenido
Larisa Mansilla Fernández

Revisión pedagógica
Pedro David Collanqui Díaz

Corrección de estilo
Marco Antonio Vigo Esqueche

Diagramación
Ana Matilde Morales Vásquez

Ilustración
María Isabel Ramos Cornejo
Guillermo Jaime Carbajal Alcázar

Primera edición: octubre de 2025
Tiraje: 516 950

Impresión
Se terminó de imprimir en noviembre de 2025, en los talleres gráficos de Pacífico Editores S.A.C.,
sito en Jr. Castrovirreyna 224 - interior 1.er piso, Urb. Azcona, Breña, Lima - Perú.
RUC N.° 20519049822

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Debido a la naturaleza dinámica de internet, las direcciones y los contenidos de los sitios web a los que se hace referencia en este material educativo pueden tener modificaciones o desaparecer.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.° 2025-07555

PEFC Certificado
Este producto procede de bosques gestionados de forma sostenible y fuentes controladas
PEFC
PEFC/01-31-484
www.pefc.es

Presentación

Querido estudiante:

Aprender matemática es mucho más que resolver operaciones, es una experiencia formativa que fortalece valores, orienta propósitos y guía procesos de evaluación para favorecer el crecimiento personal, la participación activa y el compromiso con la sociedad.

Este texto de Matemática ha sido diseñado con un enfoque práctico y cercano a la vida real, porque busca despertar el interés y ayudarte a interpretar la realidad, tomar decisiones fundamentadas y, con ello, desarrollar los conocimientos matemáticos con el fin de darles sentido y uso en tu propio contexto; además, el texto brinda oportunidades para que te desenvuelvas en otros escenarios y te integres plenamente en una sociedad que cada día está más vinculada a las ciencias.

En este camino, los valores como la responsabilidad, la solidaridad y el respeto orientan la convivencia escolar y el trabajo colaborativo. Los propósitos marcan el rumbo de los aprendizajes que queremos que alcances, vinculados a tu desarrollo integral y al de cada uno de tus compañeros; y la evaluación, entendida como una oportunidad de reflexión y mejora, permite reconocer avances, superar dificultades y asumir un rol protagónico en el aprendizaje.

El presente texto está organizado por unidades, las cuales ofrecen experiencias variadas para el desarrollo de las competencias matemáticas mediante:

- Problemas reales y significativos, que muestran la utilidad de las matemáticas en diferentes contextos.
- Proyectos colaborativos, que estimulan la investigación, la gestión del aprendizaje, la creatividad y el trabajo en equipo, así como la integración de las competencias.
- Recursos prácticos, que favorecen la comprensión de conceptos y el desarrollo de ideas matemáticas en un sentido experimental, inductivo y relacional.
- La integración con herramientas digitales y pensamiento computacional, que enriquecen el aprendizaje y amplían sus posibilidades de aplicación.

De este modo, cada reto abre la puerta a pensar distinto, analizar información de diversas fuentes y encontrar soluciones creativas apoyadas en argumentos sólidos que te preparan para enfrentar los desafíos del presente y del futuro.

Estamos convencidos de que, al avanzar con este texto, apreciarás su valor y reconocerás su importancia en tu formación personal y ciudadana, siempre con base en los valores que fortalecen tu vida escolar y comunitaria.

Dirección de Educación Secundaria

Índice

UNIDAD 1

Resuelve problemas de cantidad
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Fomentamos un turismo responsable y el cuidado de la biodiversidad

Investigamos pp. 12-19
- Impulsamos el turismo responsable
- Conocemos las áreas naturales protegidas

Exploramos pp. 20-25

Desarrollamos pp. 26-33
- Resuelve problemas de adición de números enteros en la recta numérica.
- Representa el producto de números enteros en el plano cartesiano.
- Modela transformaciones geométricas para describir y comunicar cambios de posición.
- Modela patrones gráficos y comunica su regla de repetición.

Formalizamos pp. 34-49
- Números enteros y sus operaciones
- Operaciones con números enteros
- Transformaciones geométricas
- Escala
- Patrones

Actividad lúdica pp. 50-51

UNIDAD 2

Resuelve problemas de cantidad
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Impulsamos una vida saludable y el cuidado de espacios verdes

Investigamos pp. 54-63
- Alimentación saludable, del diagnóstico a la acción
- Huertos, futuro verde y saludable

Exploramos pp. 64-67

Desarrollamos pp. 68-75
- Resuelve problemas que incluyen la adición con decimales.
- Modela situaciones con adiciones de fracciones.
- Aplica la desigualdad triangular para formar triángulos.
- Establece relaciones entre perímetro y área de diferentes formas bidimensionales.

Formalizamos pp. 76-91
- Fracciones heterogéneas
- Operaciones con fracciones heterogéneas
- Operaciones con decimales
- Formas bidimensionales
- Medidas de formas bidimensionales

Actividad lúdica pp. 92-93

UNIDAD 3

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Gestionamos con responsabilidad la energía y el agua del hogar

Investigamos pp. 96-103
- Fomentamos el ahorro energético en el hogar
- Gestionamos el uso del agua en forma eficiente

Exploramos pp. 104-107

Desarrollamos pp. 108-113
- Identifica relaciones de proporcionalidad directa e inversa en situaciones de diversos contextos.
- Modela situaciones de costos y ganancias mediante ecuaciones lineales.
- Organiza información en tablas de frecuencias para datos no agrupados para interpretar resultados y comunicar conclusiones.

Formalizamos pp. 114-125
- Magnitudes proporcionales
- Ecuaciones lineales de la forma $ax + b = 0$; $a, b \in \mathbb{Q}$, $a \neq 0$
- Conceptos básicos de estadística
- Organización y presentación de datos

Actividad lúdica pp. 126-127

UNIDAD 4

Elaboramos productos lácteos y de cacao con impacto económico y ambiental

Resuelve problemas de cantidad
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Investigamos pp. 130-135
- Lácteos sostenibles y rentables
- Decisiones sostenibles con cacao

Exploramos pp. 136-139

Desarrollamos pp. 140-145
- Analiza y compara descuentos únicos y sucesivos en situaciones de compras.
- Identifica y representa el conjunto solución de inecuaciones lineales en tablas y la recta numérica.
- Representa situaciones que pueden ser modeladas por la función lineal afín para interpretar y predecir ingresos y costos de servicios.

Formalizamos pp. 146-153
- Impuesto general a las ventas (IGV) y variación porcentual
- Descuentos y aumentos porcentuales sucesivos
- Inecuaciones lineales de las formas $ax \pm b < 0$, $ax \pm b > 0$, $ax \pm b \leq 0$, $ax \pm b \geq 0$, $\forall \in \mathbb{Q}$, $a \neq 0$
- Función lineal

Actividad lúdica pp. 154-155

UNIDAD 5

Diseñamos empaques y módulos de servicio a la comunidad

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Investigamos pp. 158-165
- Diseño de *packanging* creativo
- Módulos avícolas caseros

Exploramos pp. 166-169

Desarrollamos pp. 170-175
- Expresa con dibujos y lenguaje geométrico las vistas frontal, lateral y superior de formas geométricas tridimensionales.
- Construye el modelo de un prisma en cartulina a partir de su desarrollo en el plano.
- Modela situaciones para determinar la probabilidad teórica y discriminar de la experimental.

Formalizamos pp. 176-193
- Formas tridimensionales
- Medidas de formas tridimensionales
- Sucesos
- Eventos probabilísticos

Actividad lúdica pp. 194-195

UNIDAD 6

Garantizamos una gestión eficiente del uso del plástico y de una producción sostenible

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Investigamos pp. 198-203
- Futuro sin plástico
- Producción y comercialización en el quiosco escolar

Exploramos pp. 204-207

Desarrollamos pp. 208-211
- Reconoce patrones y generaliza la regla de formación para determinar el término desconocido.
- Determina la media aritmética de un conjunto de datos no agrupados y los representa en un gráfico estadístico.

Formalizamos pp. 212-219
- Progresión aritmética
- Medidas estadísticas

Actividad lúdica pp. 220-221

Índice temático

Números enteros y sus operaciones
- Representación de los números enteros en la recta numérica 34
- Valor absoluto de un número entero 35
- Relación de orden y comparación entre números enteros 36

Operaciones con números enteros
- Adición de números enteros en la recta numérica 37
- Sustracción de números enteros en la recta numérica 38
- Multiplicación de números enteros 39
- División de números enteros 40

Fracciones heterogéneas
- Concepto de fracción heterogénea 76
- Homogeneización de fracciones heterogéneas 77
- Relación de orden y comparación entre fracciones 78

Operaciones con fracciones heterogéneas
- Adición y sustracción de fracciones heterogéneas 79
- Propiedades de la adición 80
- Multiplicación de fracciones heterogéneas 81
- División de fracciones heterogéneas 82

Operaciones con decimales
- Adición y sustracción con decimales hasta la milésima 83
- Multiplicación y división con decimales hasta la milésima 84

Descuentos y aumentos porcentuales sucesivos
- Descuentos porcentuales sucesivos 148
- Aumentos porcentuales sucesivos 149

Impuesto general a las ventas (IGV) y variación porcentual
- Impuesto general a las ventas (IGV) 146
- Variación porcentual 147

Patrones
- Patrones gráficos 48

Progresión aritmética
- Regla de formación de una progresión aritmética 212
- Término n-ésimo de una progresión aritmética (a_n) 213
- Suma de términos de una progresión aritmética 214
- Interpolación de términos en una progresión aritmética 215

Ecuaciones lineales de la forma $ax + b = 0$; $a, b \in \mathbb{Q}$, $a \neq 0$
- Definición de la ecuación 116
- Propiedades de las ecuaciones lineales 117

Inecuaciones lineales de las formas $ax \pm b < 0$, $ax \pm b > 0$, $ax \pm b \leq 0$, $ax \pm b \geq 0$, $\forall\, a \in \mathbb{Q}$, $a \neq 0$
- Definición y propiedades 150

Magnitudes proporcionales
- Magnitudes directamente proporcionales 114
- Magnitudes inversamente proporcionales 115

Función lineal
- Función lineal y su representación 151
- Pendiente de la gráfica de una función lineal 152
- Función lineal afín y su representación 153

Escala
- Representación e identificación en mapas y planos 46

Formas bidimensionales
- Triángulos y su clasificación 85
- Propiedades de los triángulos 86
- Congruencia de triángulos 87
- Cuadriláteros y su clasificación 88
- Propiedades de los cuadriláteros 89

Medidas de formas bidimensionales
- Perímetro y área de triángulos 90
- Perímetro y área de formas regulares compuestas (triángulos y cuadriláteros) .. 91

Formas tridimensionales
- Prismas. Clasificación. 176
- Desarrollo plano de prismas 178
- Pirámides. Clasificación 179
- Vistas ortogonales 181

Medidas de formas tridimensionales
- Área lateral y total de un prisma 183
- Volumen de un prisma 184
- Área lateral y total de una pirámide 185
- Volumen de una pirámide 186
- Área lateral y total de un cilindro 187
- Volumen de un cilindro 188

Transformaciones geométricas
- Ampliación y reducción de figuras en el plano cartesiano 41
- Traslación 42
- Rotación 43
- Simetría axial (reflexión) 44
- Composición de transformaciones 45

Conceptos básicos de estadística
- Población y muestra 118
- Variables estadísticas y recolección de datos 119

Organización y presentación de datos
- Tablas de distribución de frecuencias para datos no agrupados 121
- Gráficos estadísticos para datos no agrupados 123
- Tablas de distribución de frecuencias para datos agrupados 124
- Gráficos estadísticos para datos agrupados 125

Medidas estadísticas
- Medidas de tendencia central: moda para datos no agrupados 216
- Medidas de tendencia central: mediana para datos no agrupados 217
- Medidas de tendencia central: media aritmética para datos no agrupados 218

Sucesos
- Experimentos determinísticos y aleatorios 189
- Tipos de sucesos 190

Eventos probabilísticos
- Espacio muestral y suceso 191
- Probabilidad frecuencial 192
- Regla de Laplace (expresión decimal y porcentual) 193

Conoce tu libro

El libro del estudiante **Matemática 2** está compuesto de seis secciones claramente identificadas por los temas, las situaciones y sus colores característicos.

Apertura

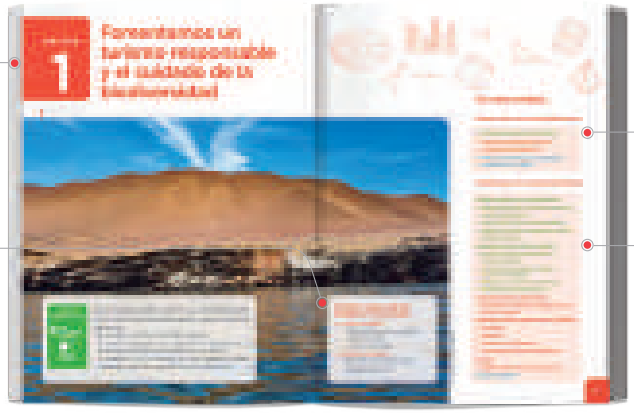
Este par de páginas iniciales brinda un panorama de la organización de la unidad.

Número y título de la unidad

Definida a partir de situaciones significativas en diversos contextos.

Valores

Los valores que se deben promover en los trabajos con tus compañeros.



Competencias

Las competencias y las nociones matemáticas a desarrollar son cuatro:

- Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio
- Resuelve problemas de cantidad
- Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre
- Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Conocimientos

La importancia de abordar situaciones relacionadas con los objetivos de desarrollo sostenible.

Investigamos

El propósito de esta sección es promover la gestión autónoma del estudiante al abordar una situación problemática y plantear soluciones. Para ello, te organizarás en equipos de trabajo y seleccionarán una de las situaciones.

Situaciones

Asumes un rol profesional, te planteas metas y luego brindarás soluciones.

Orientaciones

En equipo, se apoyarán en las orientaciones para abordar la situación problemática.



Anexos

Emplearán información de apoyo mostrada en tablas e infografías.

Exploramos

El propósito de esta sección es asumir casos desafiantes que involucran activar y consolidar los aprendizajes previos del grado. En ese sentido, se propone lo siguiente:

Actividades numeradas

Actividades de participación individual y organizadas en equipos de trabajo.

Preguntas retadoras

Interrogantes que promueven tomar posiciones, posturas y plantear soluciones.



Fuentes

Fuentes de información real complementarias o contrapuestas.

Conclusiones

Evaluación de las afirmaciones y planteamiento de ejemplos que validen o refuten.

Desarrollamos

El propósito de esta sección es consolidar el aprendizaje de nociones matemáticas clave.

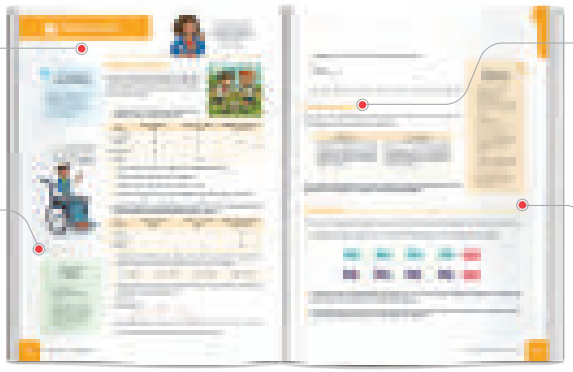
Pensamos y actuamos

Para resolver los problemas, realizas actividades experimentales, intuitivas e inductivas.

Cajas flotantes

Se presentan a partir de esta sección. Estas son:

Tu propósito de aprendizaje | Practica valores | Evalúa tus progresos



¿Qué construimos?

Desarrollas estrategias heurísticas.

Profundizamos

Brindas argumentos para ser evaluados y orientados a consolidar los aprendizajes.

Formalizamos

El propósito de esta sección es que, a partir de las situaciones problemáticas planteadas, inicies la indagación y la comprensión de las nociones matemáticas.

Situaciones problemáticas

Se plantean problemas que te orientan a comprender las nociones matemáticas.

Resolución

Se plantean explicaciones a partir del problema planteado con el fin de facilitar la comprensión del tema.

Valores

Los valores que se deben promover en los trabajos con tus compañeros.



Competencias

Las competencias que se desarrollan en esta sección se aprecian en el folio.

Desarrollo de conceptos

Son las competencias y las nociones matemáticas a desarrollar.

Cajas complementarias

Se presenta información complementaria orientada a valorar la importancia de la matemática en diversos contextos. Estas son:

Recuerda | Ten en cuenta | ¿Sabías que...?

Actividad lúdica

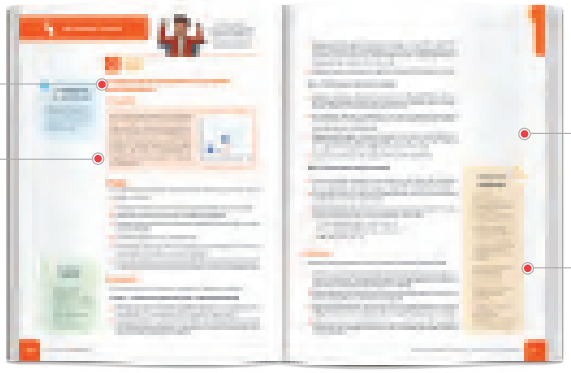
El propósito de esta sección es que te organices para abordar una situación problemática relacionada con el pensamiento computacional o lúdico.

Situación

Se promueven actividades de competencia o colaborativas.

Reglas

Es importante comprender las reglas del juego.



Desarrollo

Se busca la mejor estrategia y se reflexiona sobre lo desarrollado.

Logros

La importancia de abordar situaciones relacionadas con los objetivos de desarrollo sostenible.

UNIDAD

1

Fomentamos un turismo responsable y el cuidado de la biodiversidad



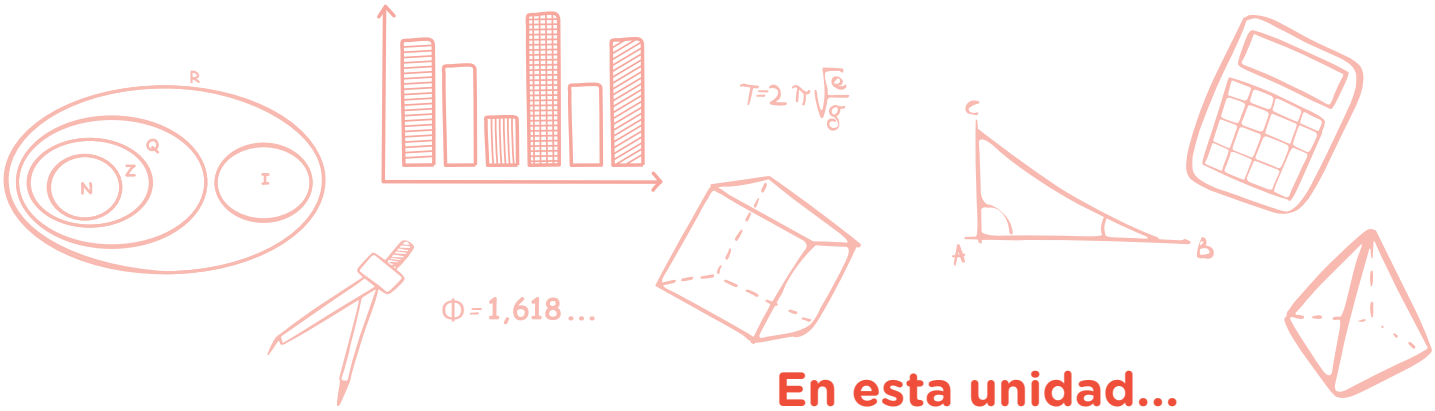
OBJETIVO DE DESARROLLO SOSTENIBLE

15 VIDA DE ECOSISTEMAS TERRESTRES

Este objetivo busca proteger y restablecer los ecosistemas terrestres, gestionar sosteniblemente los bosques, luchar contra la desertificación, frenar y revertir la degradación de las tierras, y detener la pérdida de biodiversidad.

Estas son algunas acciones que se deben promover:

- El turismo responsable, que promueve la valoración de la biodiversidad y la cultura local sin alterar los ecosistemas.
- La protección y el uso sostenible de áreas naturales protegidas a través de la educación ambiental y la participación juvenil.



En esta unidad...

Desarrollo mis competencias

- Resuelve problemas de cantidad
- Resuelve problemas de forma, movimiento y localización
- Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Construyo mis conocimientos

Números enteros y sus operaciones

- Representación de los números enteros en la recta numérica
- Valor absoluto de un número entero
- Relación de orden y comparación entre números enteros

Operaciones con números enteros

- Adición de números enteros en la recta numérica
- Sustracción de números enteros en la recta numérica
- Multiplicación de números enteros
- División de números enteros

Transformaciones geométricas

- Ampliación y reducción de figuras en el plano cartesiano
- Traslación
- Rotación
- Simetría axial (reflexión)
- Composición de transformaciones

Escala

- Representación e identificación en mapas y planos

Patrones

- Patrones gráficos



Practico valores de los enfoques transversales

- Enfoque ambiental
  - Solidaridad planetaria y equidad intergeneracional
  - Justicia y solidaridad
- Enfoque intercultural
  - Respeto a la identidad cultural
  - Diálogo intercultural

Fuente: Shutterstock (2020).

Investigamos



Observa cada situación, asume un rol, resuelve y plantea soluciones matemáticas con apoyo del anexo.

SITUACIÓN
Impulsamos el turismo responsable

El Ministerio de Cultura ha recuperado el control del sitio arqueológico Cerro Ñañañique (Piura) con el objetivo de proteger y preservar el valioso patrimonio cultural de la región. Sitios como este enfrentan importantes desafíos debido a la falta de conciencia pública sobre su relevancia histórica y cultural.

Como **promotor turístico**, tu misión es diseñar una guía que impulse el turismo y resalte la importancia de una manifestación cultural de tu región (sitios arqueológicos, lugares históricos, museos).

Cultural



Defensa del pasado

Ministerio de Cultura desalojó de forma pacífica a invasores del sitio arqueológico Cerro Ñañañique en Piura.

Fuente: *El Peruano* (2022).

¿Cómo puedes diseñar una guía turística para impulsar el turismo y resaltar la importancia de la manifestación cultural elegida?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo A):

- **Investiga** el desarrollo histórico de la manifestación cultural y otras fechas importantes antes y después de Cristo, y ubica al menos cuatro fechas clave en una línea de tiempo representada en la recta numérica de números enteros. Calcula cuántos años transcurrieron entre esos eventos.
- **Ubica** en un mapa los lugares más representativos de la manifestación cultural. Propón diferentes recorridos desde puntos de referencia y determina las distancias reales utilizando una escala apropiada.
- **Presenta** una organización de las temperaturas máximas y mínimas de la región en que está ubicado el lugar elegido, y propón las temporadas del año más adecuadas para fomentar el turismo.
- **Elabora** un presupuesto para visitar la manifestación cultural, considerando el precio de las entradas, el transporte, la alimentación, el servicio de guías, entre otros; para ello, emplea números enteros y expresiones decimales.
- **Plantea** un diseño creativo inspirado en tejidos, cerámica o construcciones presentes en la manifestación cultural, en el que se visualicen patrones basados en transformaciones geométricas (traslación, rotación, reflexión o ampliación) con el objetivo de promover el turismo sostenible.

SITUACIÓN
Conocemos las áreas naturales protegidas

En los últimos años, se ha reportado un incremento de incendios forestales en diversas áreas naturales protegidas (ANP), los cuales, en muchos casos, son provocados por pobladores de zonas aledañas. Estos eventos amenazan la biodiversidad, degradan los ecosistemas y afectan el sustento de comunidades que dependen de ellos.

Como **promotor ambiental**, tu misión es diseñar una guía turística para resaltar la importancia ecológica y la conservación del ANP.



País

Ministro del Ambiente insta a que detengan quemas agrícolas para no afectar bosques y vidas humanas

Incendios forestales han dañado alrededor de 28,000 hectáreas de ecosistemas en lo que va de este año.

Fuente: Minam (2024).

¿Cómo puedes diseñar una guía turística para un área natural protegida que permita a los visitantes conocerla de forma responsable y contribuir activamente a su conservación?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo B):

- **Investiga** la altitud aproximada del área natural protegida y de otras zonas cercanas que estén por encima o por debajo del nivel del mar, y represéntalas en una recta numérica vertical, donde el nivel del mar es el punto de referencia (cero). Calcula las diferencias de altitud mediante operaciones con números enteros.
- **Ubica** en un mapa los lugares más representativos del ANP. Plantea rutas de acceso para visitarla y determina distancias reales entre varios puntos utilizando la escala. Señala las zonas de riesgo o de conservación prioritaria.
- **Presenta** una organización de las temperaturas máximas y mínimas de la región en la que está ubicada el área natural protegida, y propón las temporadas del año más adecuadas para fomentar el turismo.
- **Elabora** un presupuesto para visitar el área natural protegida, considerando el precio de las entradas, el transporte, la alimentación, el servicio de guías, entre otros; para ello, emplea números enteros y expresiones decimales.
- **Plantea** un diseño creativo, inspirado en elementos presentes en la flora y fauna del ANP, en el que se visualicen patrones basados en transformaciones geométricas (traslación, rotación, reflexión o ampliación) para promover su conservación.

Anexo A: Impulsamos el turismo responsable

1. Orientaciones para hacer una línea de tiempo de las manifestaciones culturales

Criterio	Descripción
1. Formato	Hoja A4 de papel o en formato digital (con orientación horizontal).
2. Identificación del lugar y periodo	Definir el tema y las fechas inicial y final. • Elige claramente el tema principal que vas a representar; por ejemplo, un periodo histórico, fechas importantes, etc. • Determina la primera y la última fecha que abarcará la línea de tiempo para delimitar las marcas temporales.
3. Dibujo del eje	Trazar una línea o barra central. • Traza una línea o barra horizontal o vertical, centrada en la hoja, que sirva como eje principal del tiempo. Puedes usar líneas gruesas o barras para representar el periodo completo.
4. Escala de tiempo	Elegir la escala adecuada (años, siglos, etc.). • Propón una escala que se ajuste al periodo; por ejemplo, la distancia entre dos marcas consecutivas puede representar 100 años, 10 años o 1 año, según la extensión del periodo. • Prueba la escala para que la información se aprecie en la hoja sin que se vea muy comprimida o muy dispersa. • Mantén distancias iguales entre las fechas para facilitar la lectura y comprensión.
5. Fechas y eventos	Marcar fechas clave con un texto breve, visual y relevante. • Marca las fechas importantes en la línea y añade trazos que conecten con el texto explicativo o las imágenes. • Coloca etiquetas para identificar claramente cada evento o periodo. • Marca al menos dos fechas antes de Cristo (a. C.) y dos fechas después de Cristo (d. C.).
6. Elementos visuales	Usar colores, íconos e imágenes para mejorar la comprensión del gráfico. • Añade íconos, imágenes o colores distintivos para diferenciar tipos de eventos o destacar puntos importantes.
7. Revisión	Verificar la exactitud y la limpieza visual. • Revisa la información para asegurarte de que las fechas y los datos sean correctos. • Mantén la hoja limpia y ordenada para que la línea de tiempo sea clara y atractiva.
8. Exploración de las relaciones entre los eventos	Responder preguntas como las siguientes: • ¿En qué año aproximadamente se inició?, ¿con qué número entero se expresa este dato? • Ubica en la línea de tiempo los años en que comenzó el desarrollo. • ¿Durante cuántos años se desarrolló el elemento elegido? • ¿Cuántos años transcurrieron hasta el momento en que fue descubierto? • ¿Cuántos años han transcurrido hasta la actualidad?

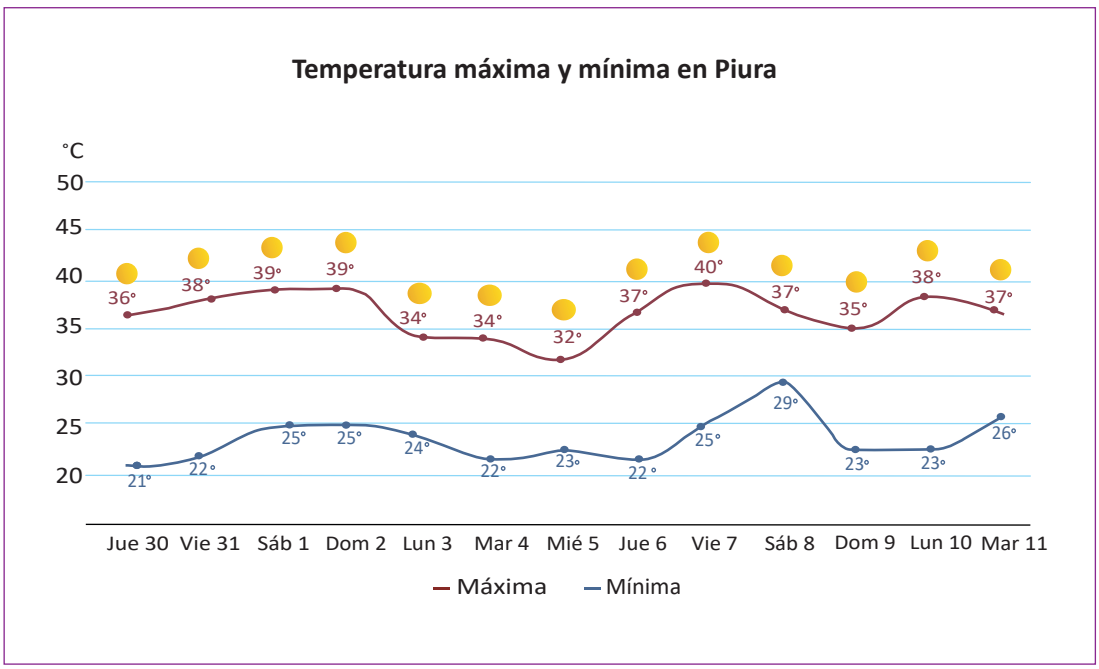
Información propuesta y adaptada para fines educativos.

2. Ejemplo de presupuesto de gasto de viaje

La siguiente tabla presenta un ejemplo referencial de presupuesto para una visita turística. Puedes tomarlo como guía para organizar tus gastos y los detalles al planificar tu viaje.

Actividad/rubro	Precio unitario (S/)	Total (S/)	Detalle
Dinero en efectivo			Fondos iniciales
Transporte			Pasajes terrestres (ida/vuelta) + transporte local
Entradas			Acceso a 3 sitios arqueológicos (ejemplo)
Hospedaje			4 noches en un hostal turístico (S/150 por noche)
Alimentación			3 comidas diarias (S/75 por día × 5 días)
Guiado turístico			Servicio bilingüe para grupo de 8 personas
Seguros			Cobertura básica de viaje
Imprevistos			10 % del total de gastos básicos
⋮			⋮
Total			

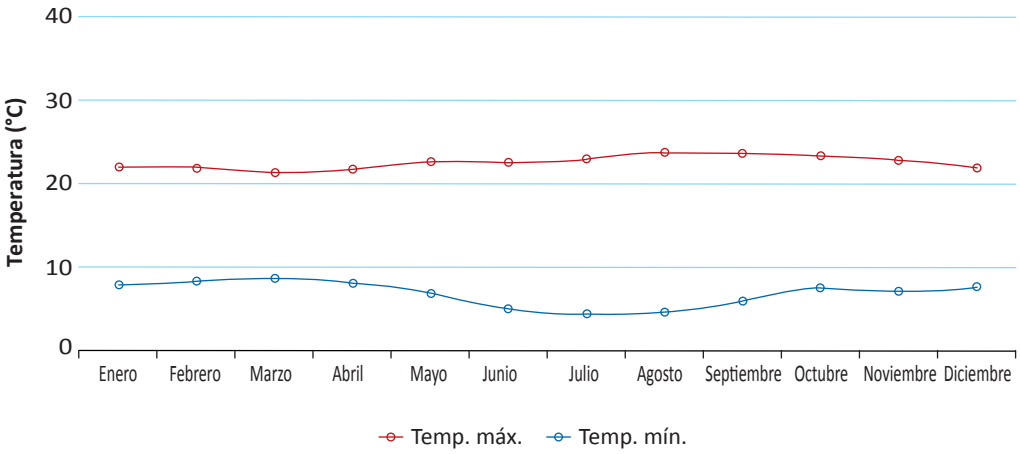
3. Ejemplos de representaciones de temperaturas



Fuente: Senamhi (2024). Adaptado.

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Temperaturas durante el año en Huaraz



Fuente: Senamhi (2020).

Tabla de temperaturas en Huaraz

Mes	Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)
Enero	21,9	7,5
Febrero	21,7	8
Marzo	21,2	8,4
Abril	21,6	7,9
Mayo	22,5	6,5
Junio	22,5	4,7
Julio	22,8	4
Agosto	23,6	4,3
Septiembre	23,5	5,7
Octubre	23,1	7,1
Noviembre	22,7	6,7
Diciembre	21,7	7,4

Fuente: Senamhi (2020).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Anexo B: Conocemos las áreas naturales protegidas

1. Orientaciones para la representación de la altitud en la recta numérica

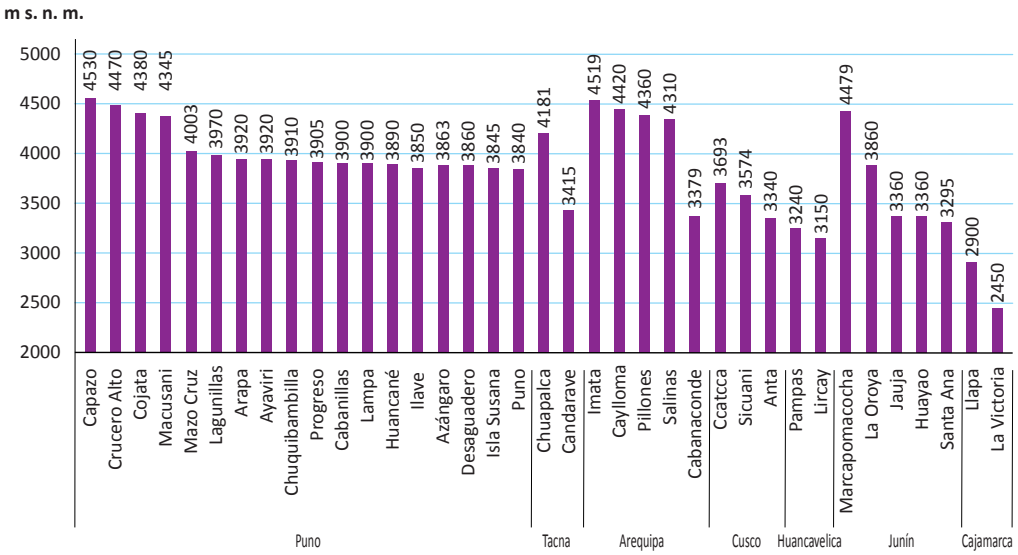
Criterio	Descripción
1. Formato	Hoja A4 vertical en papel o en formato digital.
2. Identificación del lugar	Definir los lugares y las altitudes. • Selecciona un ANP con su altitud. • Selecciona al menos cuatro zonas geográficas con sus altitudes (dos sobre el nivel del mar y dos bajo él).
3. Dibujo del eje	Trazar una línea o barra vertical. • Traza una línea o barra vertical, centrada en la hoja, que sirva como eje principal para la altitud.
4. Escala	Elegir la escala adecuada (kilómetros, metros, etc.). • Propón una escala que se ajuste a la información; por ejemplo, la distancia entre dos marcas consecutivas puede representar 100 m, 50 m o 1 m, según la altitud del lugar. • Prueba la escala para que la información quepa en la hoja sin quedar muy comprimida o muy dispersa. • Mantén distancias iguales entre los valores de altitud para facilitar la lectura y comprensión.
5. Altitud y lugares	Marcar la altitud del lugar con un texto breve y muy visual. • Marca en la recta las altitudes del ANP y otros lugares seleccionados, y añade trazos que conecten con el texto explicativo o las imágenes. • Indica las posiciones y sus unidades (p. ej. 10 m s. n. m. o 20 m b. n. m.). • Utiliza títulos y subtítulos para identificar claramente cada lugar.
6. Elementos visuales	Usar colores, íconos, imágenes para mejorar la comprensión del gráfico. • Añade íconos, imágenes o colores distintivos para diferenciar los lugares o destacar puntos importantes.
7. Revisión	Verificar la exactitud y la limpieza visual. • Lee atentamente la información para asegurarte de que las altitudes y los datos sean correctos. • Mantén la hoja limpia y ordenada para que la línea de tiempo sea clara y atractiva.
8. Exploración de las relaciones de la altitud de los lugares	Responder preguntas como las siguientes: • ¿A qué altitud aproximadamente se ubica el ANP y los otros lugares seleccionados?, ¿con qué números enteros se expresan esos datos? • ¿Cuál es la diferencia entre las altitudes del ANP y [otro lugar]? • ¿Cuántos metros de diferencia hay entre el punto más bajo y el punto más alto que ubicaron? • ¿Cuál es la diferencia de altitud entre un lugar que está a 50 metros debajo del nivel del mar y otro que está a 350 metros sobre el nivel del mar?

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

2. Ejemplos de representaciones de altimetría (alturas o elevación)

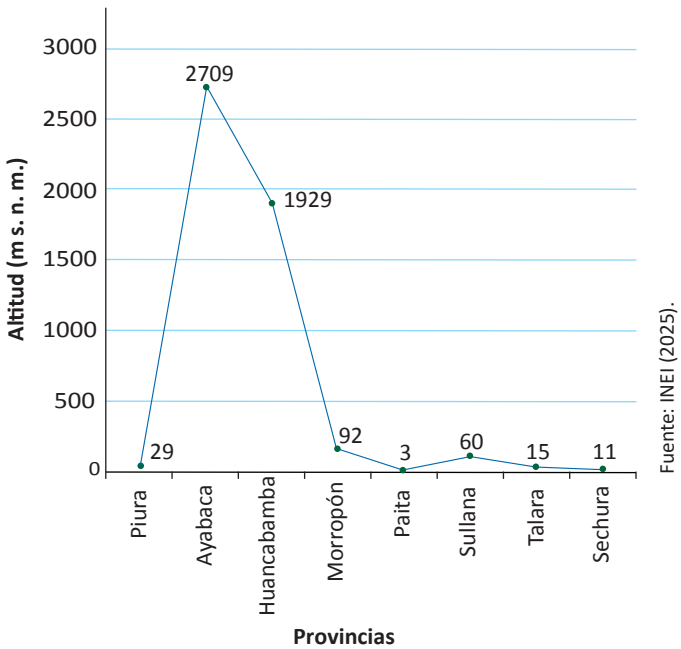
Perú: Altitud de las estaciones meteorológicas

Metros sobre el nivel del mar (m s. n. m.)



Fuente: INEI (2025).

Altitud de las provincias de Piura



Fuente: INEI (2025).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

3. Aspectos a considerar en el presupuesto para la visita a un ANP

Actividad	Costo (S/)	Detalle
Dinero en efectivo		Fondos iniciales
Transporte		Pasajes terrestres (ida/vuelta) + transporte local
Entradas		Acceso a lugares turísticos
Hospedaje		4 noches en un hostal turístico
Alimentación		3 comidas diarias
Guiado turístico		Servicio bilingüe
Seguros		Cobertura básica de viaje
Imprevistos		10 % del total de gastos básicos
⋮		⋮
Total		

4. Altitud de algunas ANP

Área natural protegida (ANP)	Región	Altitud aproximada (m s. n. m.)	Tipo de ANP
Reserva Nacional de Paracas	Ica (Costa)	0-200	Reserva nacional
Parque Nacional Huascarán	Áncash (Sierra)	2500-6768 (Nevado Huascarán)	Parque nacional
Santuario Histórico de Machu Picchu	Cusco (Sierra)	2430	Santuario histórico
Reserva Nacional Pacaya Samiria	Loreto (Selva)	100-200	Reserva nacional
Parque Nacional del Manu	Cusco/Madre de Dios (Sierra/Selva)	300-4000	Parque nacional
Reserva Nacional de Salinas y Aguada Blanca	Arequipa (Sierra)	3500-5000	Reserva nacional
Parque Nacional Tingo María	Huánuco (Selva Alta)	650-1800	Parque nacional

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Exploramos



Tus aprendizajes previos son una llave para avanzar hacia nuevos aprendizajes.

1. Función de teatro

Observa los precios de las entradas para un evento teatral.



Una familia conformada por tres adultos y tres menores asistirá a esta función.

a. Si la familia desea ahorrar, determina cómo deben comprar las entradas para que el gasto total sea el menor posible. Sustenta tu respuesta.

b. Los miércoles hay una promoción 2 × 1 en Galería (para todas las edades). Si asiste toda la familia, ¿cuánto se ahorra con esta oferta respecto a los precios regulares?

c. ¿Es correcto afirmar que, si la familia va a Platea, conviene comprar las entradas con precios regulares? Justifica con ejemplos.

2. Campaña de reciclaje

En la campaña de reciclaje del 2026, un colegio busca superar, en tres semanas, lo recolectado en el año anterior.

Material reciclado en 2025

Material	Cantidad aprox. (kg)
Papel	1547
Cartón	3778

Semana 1: recolectan 1000 kg, y se sabe que hay 320 kg más de papel que de cartón.

Semana 2: recolectan 280 kg menos de papel que en la semana anterior y 50 kg más de cartón que de papel.

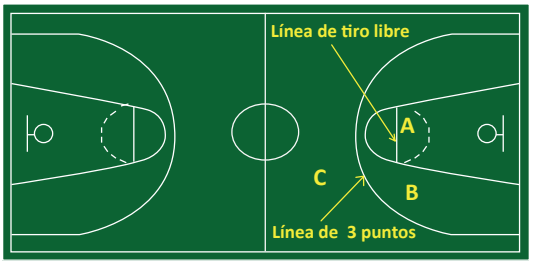
Semana 3: al finalizar, el acumulado de papel iguala la cantidad de kilogramos de papel del año anterior, y se reciben 3050 kg de cartón.

a. Determina la cantidad recolectada de papel y cartón en cada semana y diseña una propuesta de representación de los resultados.

b. ¿Es correcto afirmar que 500 se expresa en 5 centenas, pero también es igual a 3 centenas y 200 decenas? Justifica con ejemplos.

3. Partido de básquet

En el básquet, los puntos que consigue un equipo dependen del lugar del lanzamiento: desde la línea de tiro libre (A) vale 1 punto, dentro de la línea de tres puntos (B) vale 2 puntos y fuera de la línea de tres puntos (C) vale 3 puntos.



a. En un partido decisivo, tu equipo necesita 25 puntos para empatar. Representa las combinaciones de lanzamientos que harían esto posible. Dado que el equipo destaca en lanzamientos de 3 puntos, decide y justifica qué plan de lanzamientos conviene priorizar para alcanzar los 25 puntos con el menor número de intentos.

b. Si tu equipo ya hizo 14 de los 25 puntos que necesita, ¿cómo podrían completar la diferencia usando la menor cantidad de tiros desde las zonas B y C?

4. Alimento para mascotas

En una campaña de ayuda para albergues de animales, se han recolectado bolsas y sacos de alimento. Sin embargo, parte de la información registrada se perdió y ahora es necesario completarla. (Considera 1 tonelada (t) = 1000 kg).



Fuente: Municipalidad de Lima (2024). Imagen adaptada.

Peso por bolsa / saco (kg)	N.º de empaques	Total (kg)
1	603	
5		1125
8	104	
	99	990
50	16	

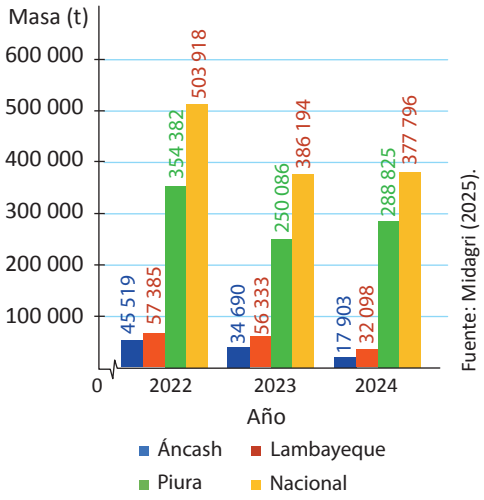
a. Con lo recolectado, ¿se alcanzó la meta que indica el afiche?

b. En caso contrario, ¿cuántas bolsas o sacos se tendrían que agregar para llegar a la meta?

5. Producción y exportación de mango

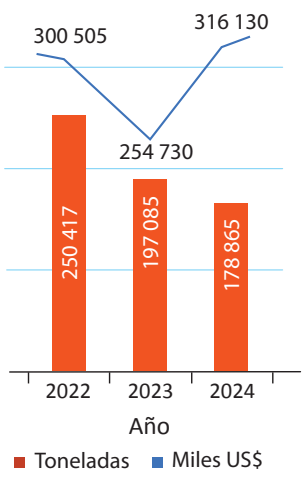
A continuación, se muestra información sobre la producción y exportación de mango en los últimos años.

Perú: Producción de mango en principales departamentos (toneladas)



Fuente: Midagri (2025).

Perú: Exportaciones de mango fresco 2022-2024



Fuente: Midagri (2023) y Veritrade (2025). Imagen adaptada.

A partir de la situación mostrada, responde:

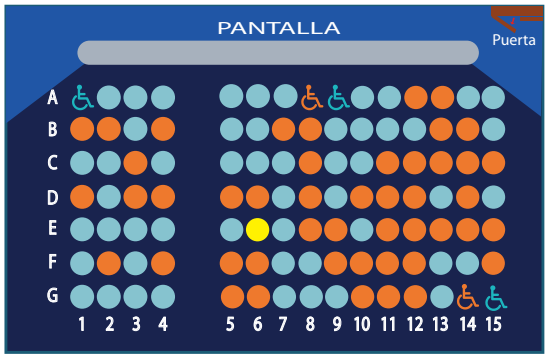
a. En 2023, ¿cuántas toneladas más produjo Piura en comparación con las otras dos regiones?

b. Conociendo la producción y exportación, ¿es posible reconocer la cantidad de toneladas de mango que no se exporta en 2024?

c. ¿En qué año se registró la menor diferencia entre la producción y la exportación nacional?

1. Ubicación en una sala de cine

En la imagen se muestra la distribución de los asientos de una sala de cine.



Leyenda

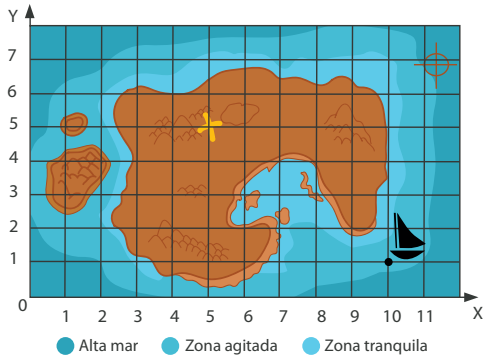
Disponible · Ocupado · Seleccionado · Silla de ruedas

a. Si Ana va al cine con tres amigas y desean sentarse juntas en la misma fila, ¿será conveniente que se siente en el asiento marcado como seleccionado?, ¿por qué?, ¿qué ubicaciones le sugerirías?

b. Si Julia va con una amiga que emplea silla de ruedas y desean sentarse juntas, ¿qué asientos les sugieres elegir? Justifica tu propuesta.

2. Mapa del tesoro

Un grupo de exploradores se encuentra en la búsqueda de un tesoro (✈). Para ello, analizan un viejo mapa que han encontrado.



a. En el mapa se distinguen zonas de alta mar, agitadas y tranquilas. Identifica las coordenadas del barco y del tesoro, respectivamente. ¿En qué zona del océano se encuentra el barco? ¿Qué coordenadas propondrías para que el barco arribe a la isla?

b. Describe la ruta más corta que deberían seguir los exploradores desde las coordenadas donde se encuentra el barco hasta el tesoro, e indica las coordenadas del recorrido. Justifica tu propuesta. (Solo se permiten desplazamientos horizontales o verticales).

3. Recorrido por la ciudad

Un grupo de estudiantes van de paseo a la ciudad de Arequipa. Durante su estadía, emplean el mapa que se muestra en la imagen.
Ellos acuerdan empezar el *tour* en la Plaza España y visitar cinco lugares turísticos de la ciudad en un día.

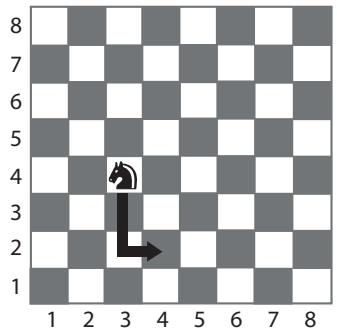
a. Plantea una propuesta de los cinco lugares y el recorrido que se debe realizar, considerando que la ruta sea la más corta con retorno a la Plaza España (emplea los nombres de las calles, referencias y direcciones de los desplazamientos). Sustenta tu propuesta.

b. Propón el lugar en donde debería comenzar el *tour* para que el recorrido sea óptimo, es decir, para que se logre visitar los cinco lugares con el menor recorrido posible, y sustenta por qué es el más conveniente.



4. Movimiento del caballo

En una partida de ajedrez, el desplazamiento del caballo es en forma de "L". Observa la imagen.



a. Completa el cuadro con al menos cinco movimientos que puede hacer el caballo partiendo únicamente desde la posición (3; 4).

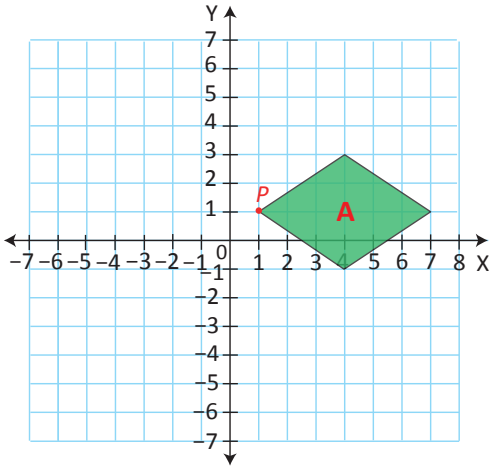
N.° de movimiento	1	2	3	4	5
Posición (*x*; *y*)					

b. Desde la posición (3; 4), ¿qué movimientos puede hacer el caballo para llegar a la posición (7; 7)? Completa la tabla con tu propuesta de recorrido, describiendo las posiciones usadas.

N.° de movimiento	1	2	3	...
Posición (*x*; *y*)				

5. Diseño en el mural

Para decorar el mural de una institución educativa, se diseña una flor usando el pétalo A en el plano cartesiano.



a. ¿Cuáles son las coordenadas de los cuatro vértices del pétalo A?

b. Si el pétalo A es girado 90° en sentido antihorario respecto al punto *P*, ¿cómo cambian las coordenadas de sus vértices?

c. ¿Cuántas rotaciones de 90° son necesarias para completar la flor de cuatro pétalos?

6. Diseños textiles

A continuación, se muestra la imagen de un diseño característico de los textiles, reconocidos por sus formas y colores representativos.

a. Reproduce este diseño en una hoja cuadriculada, considerando lo siguiente:

- Identifica más de dos figuras geométricas presentes en él.
- Describe y realiza las transformaciones geométricas necesarias para obtenerlo.

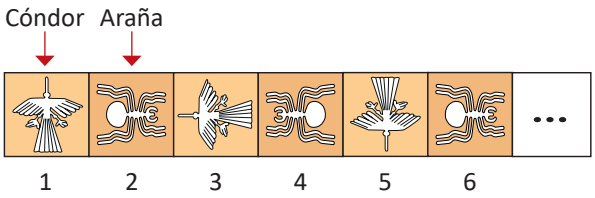
b. Explica por qué una figura no cambia de forma ni de tamaño al reflejarse respecto a su eje de simetría.



Fuente: Shutterstock (2021).

1. Diseño simbólico

Como parte de la remodelación de una cocina, se contrata a un técnico para instalar, en el zócalo, cerámica con diseños inspirados en las líneas de Nasca.



a. Según la parte mostrada, ¿cuántos diseños de cerámica ha empleado el técnico?

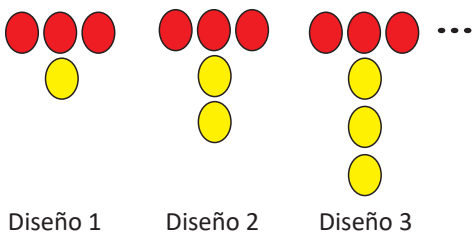
b. Se requiere explicar cómo se van a organizar las cerámicas. Según el orden mostrado, ¿cuál es la explicación que podría dar el técnico? (Considera las transformaciones geométricas).

c. Si la cerámica de la araña en la posición 2 se rota 180° en sentido horario o antihorario, ¿por qué en ambos casos llega a la misma posición final (posición 4)? Justifica tu respuesta con ejemplos. ¿Sucede lo mismo con la figura del cóndor? Explica por qué.

2. Espacios de recreación atractivos

En un parque de la ciudad, se están ambientando los espacios recreativos con apoyo de algunos diseños gráficos.

Observa los siguientes diseños propuestos para la decoración, los cuales combinan figuras rojas y amarillas:



a. Describe los pasos que deben seguirse para continuar el diseño 4 y los demás diseños.

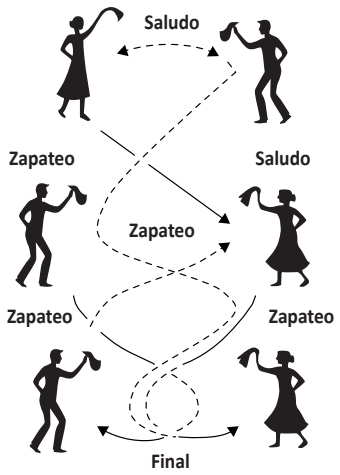
b. ¿Cuántas figuras rojas y amarillas hay en el diseño 4?, ¿y en el diseño 5?, ¿y en el 9?

c. Plantea una afirmación que permita generalizar la cantidad de figuras rojas y amarillas para un diseño *n*. Justifica tu respuesta.

3. Creación de una coreografía

En la clase de baile, una pareja presenta la siguiente coreografía:

Ritmo	Etapa	Desplazamiento
1	Saludo	Curva semicircular en espejo.
2	Zapateo 1	Avanzan y retroceden.
3	Zapateo 2	Círculo invertido.
4	Saludo	Curva semicircular en espejo.
5	Zapateo 1	Avanzan y retroceden.
6	Zapateo 2	Círculo invertido.
7	Saludo	Curva semicircular en espejo.
⋮	⋮	⋮



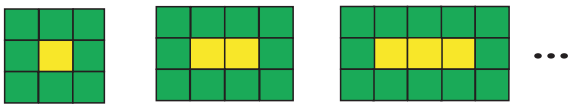
a. ¿Qué etapa corresponde al ritmo 3?, ¿y al ritmo 9? ¿Cuál es el desplazamiento en el ritmo 23?

b. ¿Cada cuántos ritmos vuelve a aparecer la misma etapa en la coreografía?

c. Plantea una propuesta de variación en las etapas de la coreografía.

4. Pasillo en construcción

Para renovar un pasillo, se ofrecen diversos modelos que combinan losetas verdes y amarillas.



Modelo 1 Modelo 2 Modelo 3

a. Observa los modelos y completa la tabla para determinar cuántas losetas se emplean en cada caso.

Modelo	N.° de losetas verdes	N.° de losetas amarillas	N.° total de losetas
1	8	1	
2			
3			
4			
5			
6			
7			
10			
⋮			
n			

b. ¿Qué relación se observa entre el número de losetas verdes y amarillas? Elabora una afirmación que describa esta relación.

5. Elaboración de collares

Una emprendedora diseña un collar empleando cuentas blancas y azules, como se muestra en la imagen.

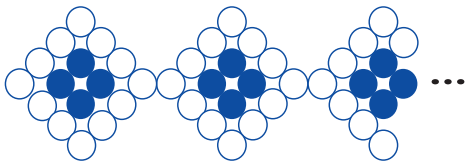
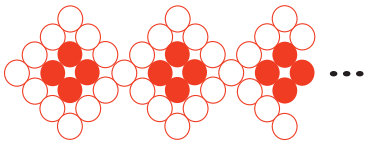


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a. Completa la tabla identificando la cantidad de cuentas necesarias.

Talla	N.° de figuras que forman el collar	Cuentas blancas	Cuentas azules
S	14		
M	18		
L	22		

b. A continuación, se presenta otro diseño de collar:



Plantea una afirmación que permita generalizar la cantidad de cuentas blancas y rojas para cualquier talla de collar. Justifica tu respuesta con ejemplos.

6. El telar

La imagen muestra patrones gráficos de inspiración andina, con formas simétricas, colores contrastantes y una estructura modular repetitiva.

a. Describe el patrón mostrado, considerando:
- traslaciones, rotaciones o reflexiones
- formas geométricas y color

b. Genera un diseño similar al de la imagen con criterios de traslación, rotación o reflexión.



Fuente: Shutterstock (2020).

Desarrollamos



Explora situaciones, expresa soluciones, explica ideas matemáticas y profundiza tus aprendizajes.

Tu propósito de aprendizaje

Representa y argumenta la adición y sustracción de números enteros usando la recta numérica para resolver situaciones cotidianas y comunicar el significado de los signos.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Promueve el trabajo en equipo y el uso responsable de materiales para reducir residuos.
- Dialoga con respeto y valora las ideas de tus compañeros desde diferentes puntos de vista culturales.

Pensamos y actuamos



En una institución educativa, se está llevando a cabo un torneo de fútbol. Analiza la información de cada tabla y anota lo que falta en las casillas vacías.

1. Completa los valores que faltan en la siguiente tabla y luego responde.

Equipo	Goles a favor (GF)	Goles en contra (GC)	Diferencia de goles (GF – GC)
Gorriones	5	3	
Tigres	2	5	–3
Golondrinas	4	4	
Búhos	3	4	

a. ¿Qué equipos tienen una diferencia de goles positiva?

b. ¿Cuáles tienen una diferencia negativa?

c. ¿Cuáles tienen una diferencia igual a cero?

d. ¿Cuál es el equipo que ocupa el último lugar de la tabla y por qué?

2. Completa la tabla con posibles valores de tal forma que el equipo Jaguares haya obtenido la mayor cantidad de goles a favor.

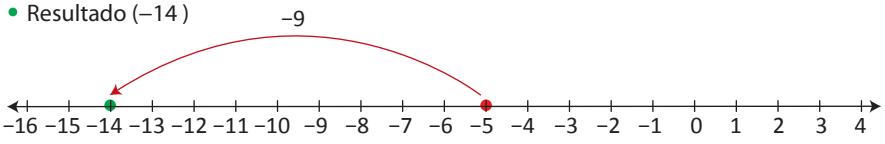
Equipo	Goles a favor (GF)	Goles en contra (GC)	Diferencia de goles (GF – GC)
Lobos			+2
Jaguares			–7
Leones			–4

a. Utiliza la idea de los goles a favor y en contra para realizar los cálculos. Puedes comprobar tus resultados usando una calculadora.

(5) + (9) =	(5) + (–9) =	(–5) + (9) =	(–5) + (–9) =

b. Para calcular (–5) + (–9), un estudiante realizó el siguiente procedimiento y expresó como resultado –14.

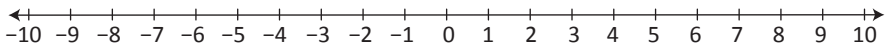
- Inicio (–5)
- Resultado (–14)



¿Es correcta la representación que realizó?, ¿por qué?

c. Representa (–5) + (+9) en la recta numérica y completa.

- Inicio ( )
- Resultado ( )



¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
En cualquier adición con números positivos o negativos en la recta numérica, el resultado siempre se representa con un movimiento hacia la derecha.	Sumar un número positivo se puede representar con un movimiento hacia la derecha. Pero, si se suma un número negativo, el movimiento es hacia la izquierda.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

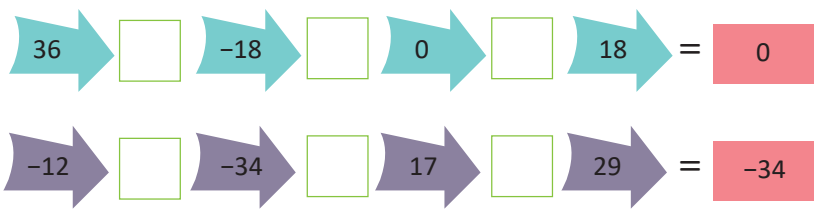
Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre situaciones de ganancia, pérdida, avance o retroceso con operaciones de adición o sustracción de números enteros, interpretando el signo según el contexto.
- Emplea la recta numérica para representar la adición o sustracción de números enteros y aplicar la adición del opuesto en la sustracción.
- Argumenta con ejemplos la veracidad de afirmaciones aplicando las propiedades de las operaciones.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **Completa los signos operativos (+ o –) entre las flechas para que se cumpla cada resultado.**



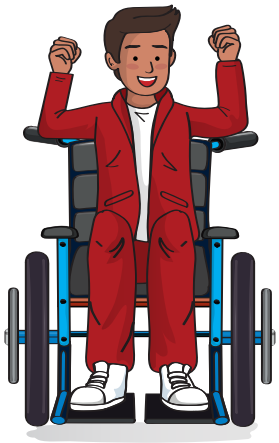
2. **En cierta ciudad, la temperatura a las 6:00 a. m. era –2 °C y seis horas después subió 9 °C. ¿Cuál era la temperatura en la ciudad a las 12:00 del mediodía?**

3. **Tres amigos juntan su dinero para un paseo. El primero aporta S/60, el segundo S/75 y el tercero S/45. Si en transporte gastan S/51, ¿cuánto dinero les queda?**

Tu propósito de aprendizaje

Modela y argumenta la ley de los signos de la multiplicación de números enteros, representando la relación entre el signo del producto y la ubicación de los factores como coordenadas (x; y) en los cuatro cuadrantes del plano cartesiano, y empleando procedimientos para calcular el producto de dos factores.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.

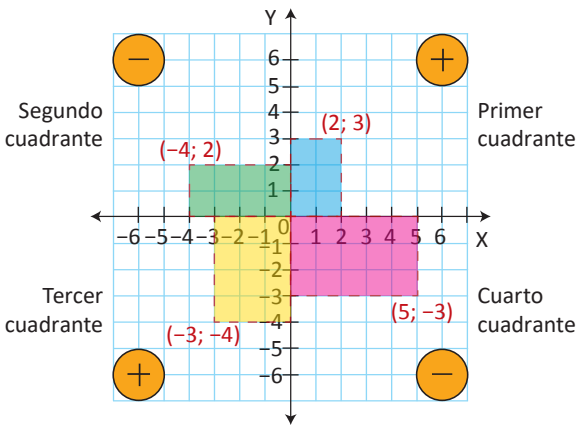


Practica valores

- Participa en actividades culturales escolares con actitud de respeto y aprendizaje.
- Elabora murales ecológicos para sensibilizar a otros estudiantes sobre el cuidado del planeta.

Pensamos y actuamos

En esta actividad, los factores de una multiplicación se representan mediante las coordenadas de un punto en el plano cartesiano. El signo del producto coincide con el signo colocado en el cuadrante correspondiente, y el valor absoluto del producto es igual al área del rectángulo formado a partir de las coordenadas (ver figura).



1. Analiza y completa la siguiente tabla:

Factor 1	x	4	3	2	1	0	−1	−2	−3	−4
Factor 2	−6									
Producto	$(x)(-6)$									

a. ¿Cuál es la operación que se debe realizar entre x y el número −6?

b. Si $x = 4$, ¿qué valor toma el producto?

c. Representa en un plano cartesiano los puntos correspondientes a la tabla, es decir, los puntos con coordenadas (factor 1; factor 2).

d. ¿Por qué el resultado de multiplicar 4 y −6 no puede ser 24?

2. Analiza y completa la siguiente tabla:

Factor 1	x	4		2	1		−1		−3	−4
Factor 2	y		3	−5		0		−2		
Producto	$(x)(y)$		27		−6		4	0	−9	16

a. ¿Cuál es la operación que se realiza entre x e y?

b. Si $y = -3$ cuando $x = 4$, ¿qué valor toma el producto?

c. Representa en un plano cartesiano los puntos correspondientes a la tabla, es decir, los puntos con coordenadas (factor 1; factor 2).

3. **Explora valores con números positivos y negativos de tal manera que la multiplicación de dos factores tenga como resultado siempre un número positivo. Plantea tu desarrollo en la siguiente tabla:**

Factor 1									
Factor 2									
Producto									

a. ¿Cuál será la ubicación en el plano cartesiano de los puntos asociados a los pares ordenados?

b. Plantea seis ejemplos de multiplicaciones de dos números cuyo producto sea −24.

¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
En el primer cuadrante del plano cartesiano, el producto de las coordenadas de cualquier punto siempre da como resultado un número positivo.	En el plano cartesiano, si las coordenadas $(x; y)$ de un punto son valores negativos, entonces el producto $x \cdot y$ siempre será negativo y el punto correspondiente estará ubicado en el tercer cuadrante.

1. **¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.**
2. **¿Es cierto que el área siempre tiene un valor positivo?**

Evalúa tus progresos

- Representa la multiplicación de dos factores como un par ordenado $(x; y)$ en el plano cartesiano, relacionando el signo del producto.
- Expresa la ubicación de los factores como coordenadas $(x; y)$ en los cuatro cuadrantes del plano cartesiano con el signo del cuadrante.
- Emplea el plano cartesiano para explorar y generalizar la ley de signos, observando patrones entre factores y productos.
- Argumenta con ejemplos la veracidad de afirmaciones aplicando la ley de signos y la posición de las coordenadas.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **Durante una ola de frío, la temperatura desciende 3 °C cada hora durante 5 horas. ¿Cuántos grados en total descendió la temperatura en ese tiempo?**
2. **Un jugador de fútbol pierde 2 puntos por cada falta. Si comete 7 faltas, ¿cuántos puntos pierde en total?**
3. **Si una persona reduce su deuda en S/50 cada semana, ¿en cuánto habrá disminuido su deuda después de 4 semanas?**
4. **Un científico está estudiando el deshielo de un glaciar que tiene 7600 m de altura. Cada año, el glaciar pierde 2 metros de altura. ¿Cuántos metros más tenía hace 3 años?**

Tu propósito de aprendizaje

Modela y argumenta transformaciones isométricas (traslaciones, reflexiones y rotaciones) usando comparación de coordenadas en el plano cartesiano para deducir y comunicar la regla que describe el cambio de posición.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.

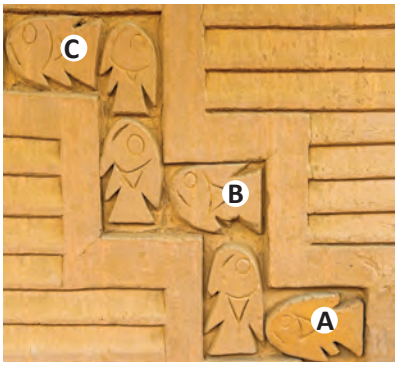


Practica valores

- Colabora en actividades que reutilicen materiales reciclables para representar figuras o transformaciones geométricas del entorno.
- Respeta los símbolos y diseños culturales presentes en patrones o figuras geométricas de tu región.

Pensamos y actuamos

En la imagen se aprecia un detalle arquitectónico de la ciudadela de Chan Chan (La Libertad). Realiza lo que se indica en cada caso.



Fuente: Shutterstock (2018).

1. Observa los bloques rectangulares A, B y C en el plano cartesiano, y completa la tabla.

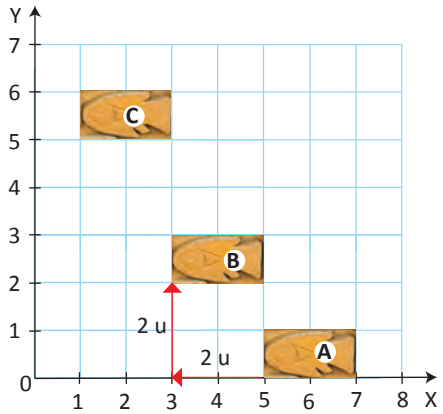
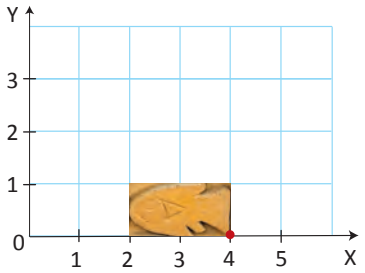
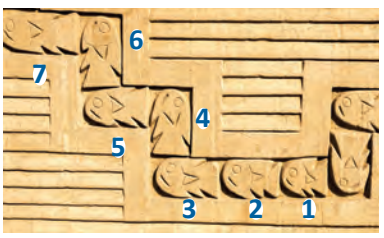


Figura	Descripción breve del número de unidades que se desplaza	Representación simbólica	Vector de traslación $\vec{v}(x; y)$
A → B			
B → C			
A → C			

2. Observa la figura y, con apoyo de un transportador, realiza una rotación de 90° en sentido horario, tomando (4; 0) como punto fijo. Dibuja la imagen que resulta del giro.



3. Completa la tabla de representaciones (ver siguiente página) con las transformaciones geométricas que se podrían realizar para formar la imagen adjunta.



Fuente: Shutterstock (2016).

Tabla de representaciones

Figura	Transformación aplicada	Descripción breve
1		
2		
3		
⋮		

¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
En una traslación, la figura conserva su forma y tamaño, y todos sus puntos se desplazan la misma distancia y en la misma dirección.	En una rotación, la figura siempre cambia su tamaño porque se aleja o se acerca al centro de rotación.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

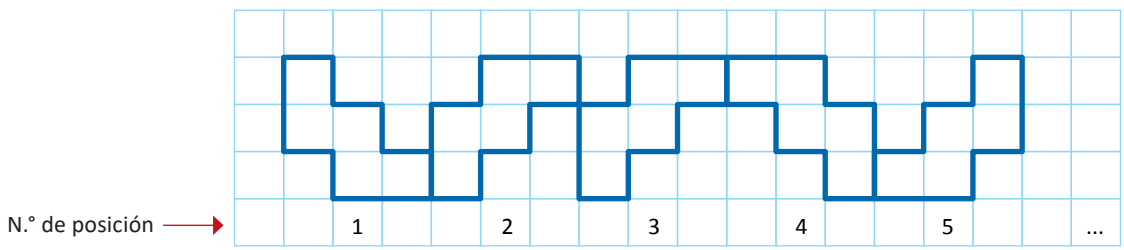
Evalúa tus progresos

- Describe las transformaciones geométricas de un objeto en términos de traslaciones, reflexiones y rotaciones.
- Expresa con dibujos y lenguaje geométrico su comprensión de las características de las transformaciones geométricas siguiendo reglas que relacionan las coordenadas iniciales y finales de una figura.
- Emplea composiciones de transformaciones para generar figuras complejas y registrar sus coordenadas en el plano cartesiano.
- Argumenta que las transformaciones aplicadas son isometrías, justificando la conservación de forma, tamaño y distancia.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **Describe qué transformaciones geométricas se aplicaron para formar las diferentes posiciones de esta figura:**

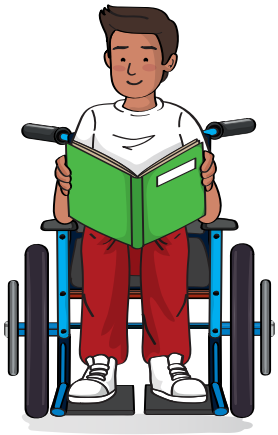


2. **Si giras una figura 90° en sentido horario respecto al origen del plano cartesiano, ¿qué características de la figura se mantienen y cuáles cambian después de la rotación? Explica tu respuesta con un dibujo o un ejemplo.**

Tu propósito de aprendizaje

Modela y argumenta patrones gráficos periódicos identificando su núcleo y la secuencia de transformaciones isométricas (traslaciones y rotaciones) que los generan, usando procedimientos de conteo y tabulación de coordenadas para predecir y comunicar la regla de repetición.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.

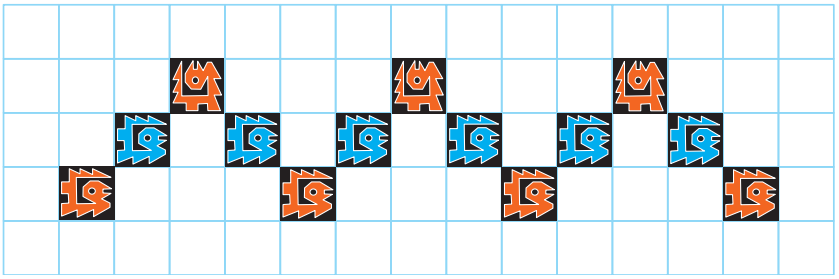


Practica valores

- Respeta las tradiciones y costumbres de tus compañeros en la convivencia cotidiana.
- Pregunta con interés sobre otras culturas para aprender de ellas.

Pensamos y actuamos

En un concurso de arte escolar, varios estudiantes han presentado diseños para decorar el piso del patio con baldosas. Cada diseño sigue una regla para que las figuras encajen perfectamente y se vean ordenadas.



N.° de figura	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

1. Observa el diseño propuesto para las baldosas y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Todas las figuras tienen la misma forma, tamaño y color?

b. ¿Notas algún cambio en la orientación (giro) de las figuras?

c. ¿Qué transformación se le aplicó a la primera figura para obtener la segunda figura?

d. ¿Cuántos cuadrados se mueve la figura en el plano para colocarse en la siguiente posición?

e. ¿El giro que se repite es siempre del mismo ángulo? ¿Cuánto crees que gira cada vez?

f. ¿Cada cuántas figuras vuelve a aparecer la misma orientación que al inicio?

g. Si siguieras el mismo patrón, ¿cómo quedarían las figuras 14, 15 y 16?

h. Describe con tus palabras la "regla" que siguen las figuras para repetirse.

2. Elabora una tabla para trabajar en el plano cartesiano. Sigue estos pasos:

a. Asigna coordenadas a la figura inicial tomando como referencia el centro o un vértice.

b. Registra cómo cambia la figura al pasar de una posición a otra.

c. Aplica la misma regla para continuar el patrón hasta completar la tabla.

Figura	Coordenadas iniciales (x; y)	Movimiento realizado (traslación/rotación)	Coordenadas finales (x; y)
1			
2			
3			
4			

d. ¿Qué se mantuvo igual en todas las figuras del patrón?

e. ¿Por qué crees que es importante seguir siempre la misma "regla" al construir un patrón?

f. Si quisieras hacer un patrón más complejo, ¿qué cambios le harías?

¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
Para que exista un patrón gráfico, la figura debe cambiar de forma en cada repetición.	Un patrón gráfico se forma cuando una figura se repite siguiendo una misma regla de ubicación y orientación.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Establece la relación entre regularidades y las transforma a patrones gráficos.
- Expresa con gráficas, tabulares y lenguaje algebraico, su comprensión sobre la regla de formación de patrones gráficos.
- Emplea la tabulación de coordenadas para determinar la figura correspondiente al término *n*-ésimo en la secuencia.
- Argumenta la necesidad de una regla constante que conserve forma, tamaño y orientación en la repetición del patrón.

Profundizamos

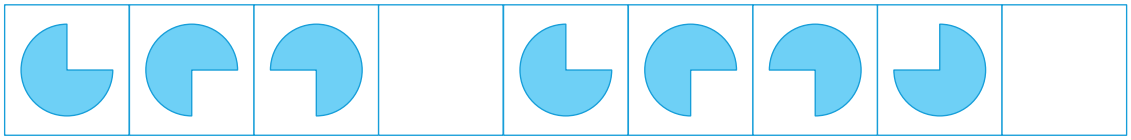
Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **Describe el patrón o los patrones que observas en el diseño de la siguiente vasija:**



Fuente: Shutterstock (2018).

2. **Completa el siguiente diseño con la mayólica correspondiente.**



Formalizamos



Observa los ejemplos, dialoga y reflexiona para identificar ideas matemáticas que den sentido a tus retos.

¿Sabías que...?

Los números enteros permiten representar altitudes, temperaturas y profundidades en ecosistemas andinos, amazónicos o costeros. Su uso ayuda a registrar cambios ambientales, analizar climas extremos y planificar actividades turísticas sostenibles respetando la biodiversidad del Perú.

Practica valores

- Promueve estrategias sostenibles en la elaboración de materiales didácticos que favorezcan el cuidado del ambiente escolar.
- Escucha y valora distintas formas de explicar ideas matemáticas en un clima de respeto mutuo.

NÚMEROS ENTEROS Y SUS OPERACIONES

Representación de los números enteros en la recta numérica

Situación: Desarrollo de las culturas peruanas

Vanessa investigó sobre los años en los que se inició el desarrollo de algunas culturas peruanas. Ella obtuvo la siguiente información:

- Chimú: 1200 d. C.
- Chavín: 1000 a. C.
- Tiahuanaco: 600 d. C.
- Paracas: 700 a. C.

¿Cuál de estas culturas se desarrolló primero y cuál fue la última en surgir?

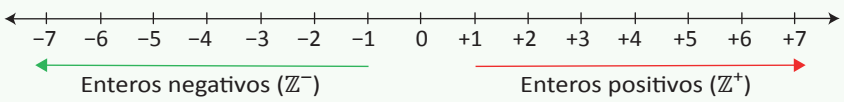
Representamos los datos en una recta, como si fuese una línea de tiempo.



Al observar los datos, concluimos que la cultura chavín fue la primera en surgir, y la cultura chimú, la última.

De acuerdo con lo analizado, el conjunto de los **números enteros** puede representarse en la **recta numérica** en posición horizontal, los enteros positivos se ubican a la derecha del cero, y los enteros negativos, a su izquierda; es decir, el cero en la recta es el punto de referencia.

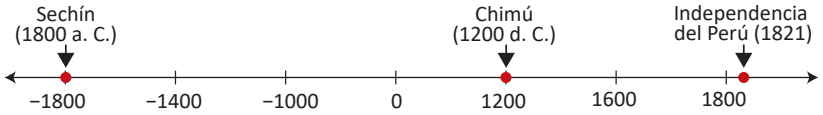
$$\mathbb{Z} = \{...; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; ...\}$$



$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

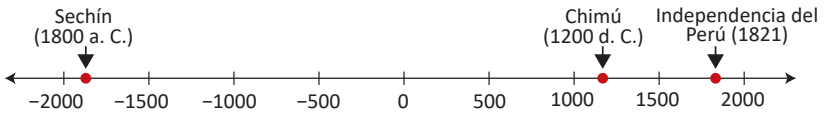
Situación: Hechos históricos

Observa la siguiente línea de tiempo y luego responde.



¿Es correcta la representación de la recta numérica? Justifica tu respuesta.

En la recta numérica, la distancia entre las marcas debe ser la misma y la escala constante. Por ello, la recta numérica quedaría de la siguiente forma:

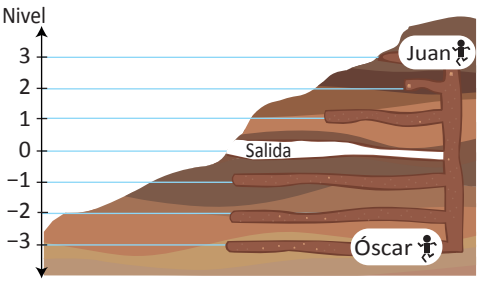


Por lo tanto, la representación inicial es incorrecta.

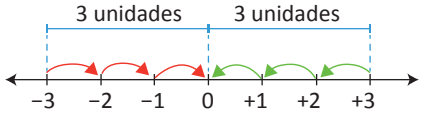
Valor absoluto de un número entero

Situación: Recorrido por niveles

La imagen muestra lo que han recorrido Juan y Óscar al interior de una mina.
¿Quién se encuentra más cerca en dirección hacia la salida?



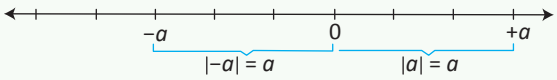
Representamos en la recta numérica los datos de la situación.



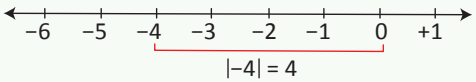
Observamos que desde el 3 hasta el 0 hay 3 unidades de distancia, y que desde el –3 hasta el 0 también hay 3 unidades.

Por lo tanto, ambos se encuentran a la misma distancia de la salida.

El análisis previo muestra que el **valor absoluto** de un número entero representa la distancia que existe, en la recta numérica, entre dicho número y el cero. Se denota por $|a|$ y se lee "valor absoluto de a" ($a \in \mathbb{Z}$).



En la recta numérica se puede ver que −4 está a 4 unidades de distancia del cero.



Entonces, $|-4| = 4$.

Simbólicamente:

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ si } a \geq 0 \\ -a, \text{ si } a < 0 \end{cases} \quad (a \in \mathbb{Z})$$

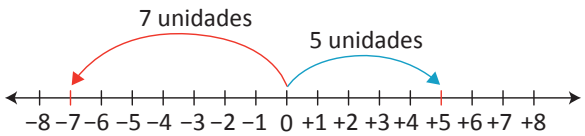
Como −4 es menor que 0, su valor absoluto es −(−4).

Entonces:
$|-4| = -(-4) = 4$

Situación: Profundidades y alturas

Rosa afirma: "La distancia que separa al pez de la gaviota está dada por $|-7| + |5| = -2$". ¿Es correcta su afirmación? Justifica tu respuesta.

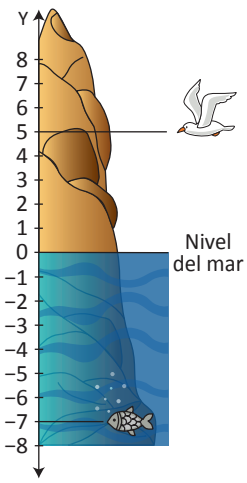
Representamos en la recta numérica:



Determinamos las distancias aplicando valor absoluto:

$$|5| = 5 \text{ y } |-7| = -(-7) = 7$$

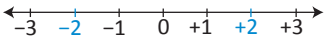
Entonces: 5 + 7 = 12
Por lo tanto, la distancia que los separa es 12 metros.



Ten en cuenta

El inverso aditivo de un número entero es aquel que se encuentra a la misma distancia del 0 en la recta numérica, pero en sentido contrario.

Por ejemplo, el inverso aditivo de +2 es –2, porque (+2) + (–2) = 0.

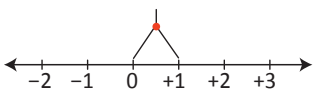


El inverso aditivo de un entero $+a$ es $-a$ y viceversa.

Recuerda

Una recta numérica se extiende indefinidamente en ambos sentidos (por ello las flechas en los extremos). Además:

- La distancia entre dos marcas consecutivas es siempre la misma.
- Se usa una escala constante y una rotulación clara.
- Cada número tiene un opuesto simétrico respecto al cero.



Reto matemático

¿Puede un número tener un valor absoluto menor que él mismo? Argumenta tu respuesta.

Recuerda

Para realizar una comparación entre dos números, se utilizan estos signos:

$>$: significa "mayor que"

$<$: significa "menor que"

$=$: significa "igual a"

Por ejemplo:
$x > 5$ se lee "x es mayor que 5".

$y < 7$ se lee "y es menor que 7".

$z = 8$ se lee "z es igual a 8".

Evalúa tus progresos

- Representa la posición de números enteros en la recta numérica para modelar situaciones de contexto (temperaturas, niveles, fechas históricas).
- Comunica la relación de orden (< o >) observando la ubicación de un número a la izquierda o a la derecha de otro.
- Emplea el valor absoluto y la recta numérica para calcular distancias o cercanías respecto a un punto de referencia.
- Argumenta afirmaciones sobre la relación de orden y justifica con ejemplos la ubicación y el criterio de que el menor de dos números es el que está a la izquierda.

Relación de orden y comparación entre números enteros

Situación: Variedad de climas en el Perú

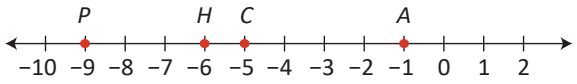


Fernando anotó en una tabla las temperaturas alcanzadas cierto día en algunas ciudades del Perú.

Huancavelica (*H*)	Puno (*P*)	Cerro de Pasco (*C*)	Abancay (*A*)
−6 °C	−9 °C	−5 °C	−1 °C

¿En cuál de las ciudades hizo más frío y en cuál hizo menos frío?

Representamos las temperaturas en la recta numérica:

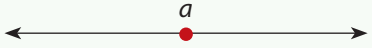


Comparamos las temperaturas:

Puno ↓ −9 °C $<$ Huancavelica ↓ −6 °C $<$ Cerro de Pasco ↓ −5 °C $<$ Abancay ↓ −1 °C

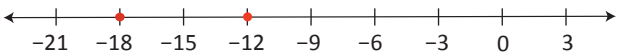
Por lo tanto, la ciudad en la que hizo más frío fue Puno, con −9 °C, y la ciudad en la que hizo menos frío fue Abancay, con −1 °C.

Como se aprecia en el ejemplo anterior, para **comparar y ordenar números enteros** ubicados en la recta numérica, es suficiente observar la posición de cada uno.

Representación en la recta Sean $a, b \in \mathbb{Z}$	Relación de orden
	$a < b$, porque a está a la izquierda de b en la recta numérica.
	$a = b$, porque les corresponde el mismo punto en la recta numérica.
	$a > b$, porque a está a la derecha de b en la recta numérica.

Situación: La temperatura más baja

En un congelador industrial, Liliana registra −12 °C, y Diego, −18 °C.
¿Es cierto que la temperatura que registró Liliana fue la más baja? Justifica tu respuesta.



En este caso, −18 está a la izquierda de −12. Entonces, $-18 < -12$.
Por lo tanto, no es cierto que Liliana registró la temperatura más baja.

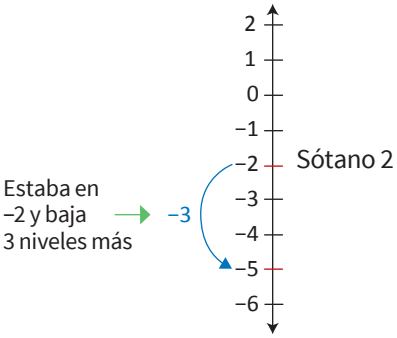
OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Adición de números enteros en la recta numérica

Situación: Un viaje por los pisos

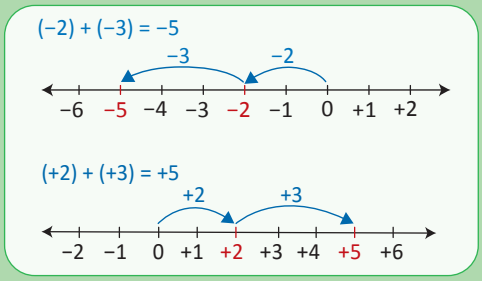
Doris se encuentra en el sótano 2 de un edificio y luego desciende 3 niveles en ascensor. ¿En qué sótano se encuentra ahora?

Representamos la situación en una recta numérica vertical.
Doris está en el sótano 2. Luego, baja 3 niveles más en ascensor.

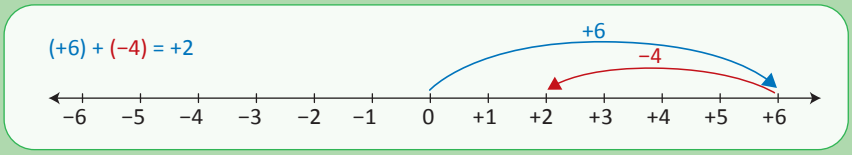


Por tanto, Doris se encuentra ahora en el sótano 5.

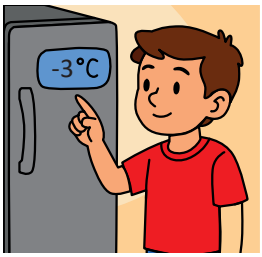
De acuerdo con la situación anterior, en la **adición de números enteros de signos iguales**, se suman los valores absolutos de los sumandos y a la suma se le antepone el signo que tienen en común.



En la **adición de números enteros de signos diferentes**, se restan los valores absolutos de los sumandos y al resultado se le antepone el signo del sumando con mayor valor absoluto.



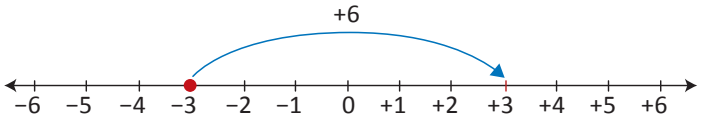
Situación: Aumento de la temperatura de la congeladora



Una congeladora está a –3 °C. Luego, su temperatura sube 6 °C. ¿Es correcto decir que ahora está a 9 °C? Justifica tu respuesta.

Representamos en la recta numérica.

Partimos de −3 y nos movemos 6 unidades a la derecha; así llegamos a 3.



Entonces: (−3) + (+6) = +3

No es correcto, porque −3 y +6 tienen signos diferentes. Esto quiere decir que sus valores absolutos se restan y se coloca el signo del que tiene mayor valor absoluto.

¿Sabías que...?

Las operaciones con números enteros permiten comparar niveles de contaminación o temperatura y evaluar impactos ambientales. Con ellas, se interpretan variaciones en el tiempo y se proyectan medidas responsables para proteger ecosistemas terrestres.

Recuerda

Los términos que se suman en una adición se denominan **sumandos** y el resultado se llama **suma**.

$$\underbrace{14 + 3}_{\text{Sumandos}} = \underbrace{17}_{\text{Suma}}$$

Ten en cuenta

En la adición de números enteros, se cumplen estas propiedades ($\forall\ a, b, c \in \mathbb{Z}$):

Propiedad
Conmutativa $a + b = b + a$
Asociativa $(a + b) + c = a + (b + c)$
Elemento neutro $a + 0 = a$ 0 es el elemento neutro aditivo
Inverso aditivo $a + (-a) = 0$

Ten en cuenta

El signo "–" tiene dos significados: uno para la operación y otro para el número propiamente.

Operación

+12 − (−5)

Número negativo

Recuerda

Los términos que se restan en una sustracción se denominan **minuendo** y **sustraendo**, y el resultado, **diferencia**.

12 − 8 = 4

Minuendo | Diferencia | Sustraendo

Practica valores

- Muestra disposición para apoyar campañas solidarias organizadas en tu escuela.
- Respeta turnos de participación durante actividades culturales, valorando las voces de todos tus compañeros.

Sustracción de números enteros en la recta numérica

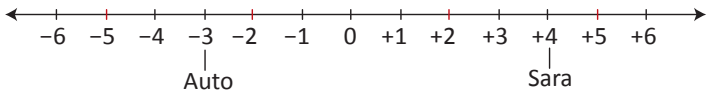
Situación: Recorrido por niveles

Sara se encuentra en el nivel 4 de un edificio y su auto está en el sótano 3. ¿Cuántos pisos debe descender para llegar hasta su auto?

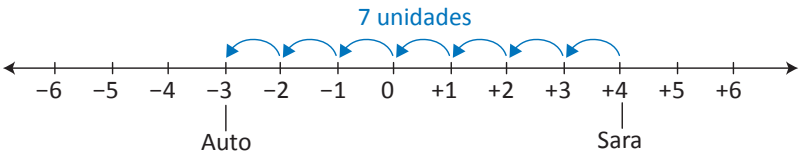
Expresamos los niveles del edificio con números enteros:

- Nivel 4: +4
- Sótano 3: −3

Representamos estos datos en la recta numérica:



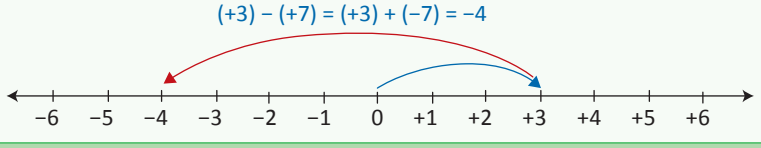
Para conocer cuántos pisos debe descender Sara, desde +4 nos desplazamos hacia la izquierda, en la misma dirección, hasta el punto donde se encuentra el auto, que es −3. Contabilizamos la distancia entre el nivel 4 y el sótano 3:



Por lo tanto, Sara debe descender 7 pisos para llegar hasta su auto.

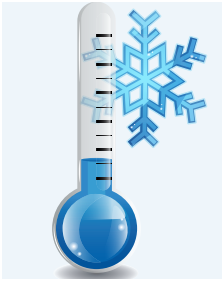
A partir de la situación anterior, se puede afirmar que la **sustracción de dos números enteros** equivale a la adición del minuendo con el opuesto del sustraendo.

Si a y $b \in \mathbb{Z}$, entonces $a - b = a + (-b)$.



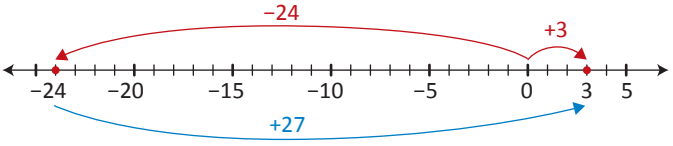
Situación: Temperaturas extremas

El servicio meteorológico informó que, en la Antártida, durante una semana, la temperatura más alta fue 3 °C y la más baja −24 °C.
Se afirma que la diferencia de temperaturas fue de 21 °C. ¿Estás de acuerdo? Justifica tu respuesta.



Fuente: Shutterstock (2024).

Representamos los datos en la recta numérica:



$T_{alta} - T_{baja}$
(3 °C) − (−24 °C)
(3 °C) + (24 °C)
27 °C

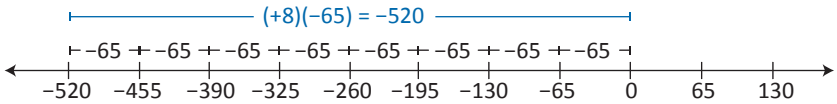
Partimos desde −24 °C y nos desplazamos hasta 3 °C. En total, la diferencia de temperaturas es 27 °C. Es decir: (+3) − (−24) = (+3) + (+24) = 27
Por tanto, no es correcto afirmar que la diferencia de temperaturas fue 21 °C.

Multiplicación de números enteros

Situación: Pago de cuotas

Álex tiene asociado a su cuenta de ahorros el pago automático de una deuda. Si cada cuota mensual es de S/65, ¿cuánto dinero se le ha descontado en total después de 8 meses?





Expresamos los datos como una adición:
(−65) + (−65) + (−65) + (−65) + (−65) + (−65) + (−65) + (−65) = −520
Entonces: (+8)(−65) = −520
Por consiguiente, a Álex se le ha descontado S/520.

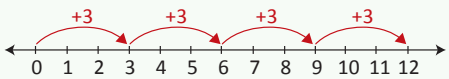
El análisis previo muestra que, en una **multiplicación de dos números enteros**, si los factores tienen igual signo, el producto es positivo; si tienen signos diferentes, el producto es negativo.

$\forall\, a, b \in \mathbb{Z}$

$(+a)(+b) = +(a \cdot b)$ $\quad (+a)(-b) = -(a \cdot b)$

$(-a)(-b) = +(a \cdot b)$ $\quad (-a)(+b) = -(a \cdot b)$

Multiplicación de enteros con signos iguales



(+3) + (+3) + (+3) + (+3) = +12
(4) × (+3) = +12

Al multiplicar dos números enteros de signos iguales, el producto es positivo.

(+4) × (+5) = +20 $\quad$ (−3) × (−5) = +15

Multiplicación de enteros con signos diferentes



(−3) + (−3) + (−3) + (−3) = −12
(4) × (−3) = −12

Al multiplicar dos números enteros de signos diferentes, el producto es negativo.

(+4) × (−5) = −20 $\quad$ (−3) × (+5) = −15

Situación: Temperatura del helado

Clara termina de preparar un helado cuya mezcla, antes de enfriarse, está a una temperatura de 16 °C. Luego, lo coloca en el refrigerador. Una vez dentro, la temperatura del helado desciende 4 °C cada hora. ¿Es correcto afirmar que después de 6 horas la temperatura del helado es –24 °C?



En 6 horas: (+6) × (−4) = −24 °C
Temperatura final: 16 °C − 24 °C = (16 °C) + (−24 °C) = −8 °C
La afirmación es incorrecta, ya que la temperatura es −8 °C, no −24 °C.

Recuerda

Los términos de una multiplicación son **factores** y **producto**.

13 × 15 = 195
Factores Producto

Para multiplicar de manera práctica, usaremos la regla de los signos:

×	+	−
+	+	−
−	−	+

Ejemplos:
(−4) × (+5) = −20
(−6) × (−7) = +42

Ten en cuenta

En la multiplicación de números enteros, se cumplen las siguientes propiedades ($\forall\, a, b, c \in \mathbb{Z}$):

Propiedad
Conmutativa $a \times b = b \times a$
Asociativa $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
Elemento neutro multiplicativo $a \times 1 = 1 \times a = a$ 1 es el elemento neutro multiplicativo
Distributiva respecto de la suma $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$
Distributiva respecto de la resta $a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$

Recuerda

Los términos de la división son **dividendo**, **divisor**, **cociente** y **residuo**.

(Si la división es exacta, el residuo es cero).

Cociente

45 ÷ 9 = 5, residuo 0

Dividendo Divisor

Ten en cuenta

Para dividir de manera práctica, usaremos la regla de los signos:

÷	+	−
+	+	−
−	−	+

Ejemplos: (−16) ÷ (−4) = +4
(+32) ÷ (−8) = −4

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre datos y las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones con números enteros.
- Comunica el resultado de la operación interpretando el significado del signo en el contexto.
- Emplea procedimientos como la representación en la recta numérica para realizar operaciones con números enteros.
- Justifica afirmaciones o procedimientos, justificando con reglas y propiedades de los números enteros.

División de números enteros

Situación: Reparación de una congeladora



Una congeladora desconectada estaba a 20 °C. Luego de repararla, el técnico la encendió para verificar su funcionamiento. Si su temperatura descendió 3 °C cada hora, ¿cuántas horas esperó el técnico hasta que el artefacto alcanzó los 2 °C?

Cada hora, la temperatura baja 3 °C. Para que pase de 20 °C a 2 °C, la temperatura debe descender:

$$20\ °C - 2\ °C = 18\ °C$$

Entonces, el número de horas que se necesitan para alcanzar esa variación se obtiene dividiendo:

$$18 \div 3 = 6$$

Por lo tanto, el técnico esperó 6 horas para que la temperatura de la congeladora llegue a 2 °C.

La situación anterior permite reconocer que en una **división exacta de dos números enteros** se cumple lo siguiente:

- El cociente es positivo si el dividendo y el divisor tienen el mismo signo.

$$(+30) \div (+6) = +5$$
$$(-56) \div (-8) = +7$$

- El cociente es negativo si el dividendo y el divisor tienen signos diferentes.

$$(-45) \div (+5) = -9$$
$$(+18) \div (-3) = -6$$

- Si $a \in \mathbb{Z}$, la expresión $\frac{a}{0}$ no está definida.

Situación: Promedio de temperaturas

Durante cinco días consecutivos, en una ciudad se registraron las temperaturas mínimas mostradas en la tabla de la derecha.
Un estudiante afirma que la temperatura promedio es 1 °C. ¿Estás de acuerdo? Justifica tu respuesta.

Día	Temperatura
1	−3 °C
2	2 °C
3	−1 °C
4	2 °C
5	−5 °C

Para obtener el promedio, sumamos las temperaturas y dividimos el resultado entre el número de datos (5 días):

$$\frac{(-3) + 2 + (-1) + 2 + (-5)}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

Por lo tanto, la afirmación es falsa. La temperatura promedio es –1 °C.

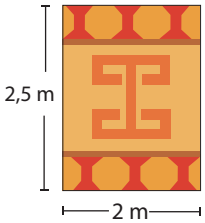
TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS

Ampliación y reducción de figuras en el plano cartesiano

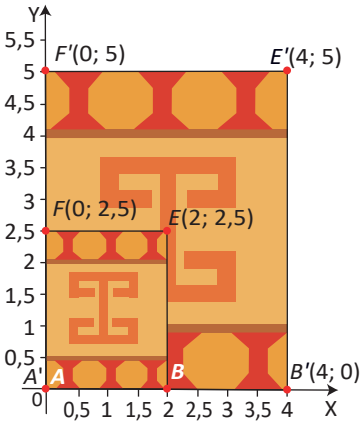
Situación: Alfombras andinas

Un turista encarga una alfombra rectangular similar a la mostrada en la imagen, pero con medidas de 4 m × 5 m.

¿En cuánto se ampliará la nueva alfombra?



Representamos en un plano cartesiano la alfombra original y proyectamos su ampliación. Analizamos los valores de las coordenadas para determinar el factor de ampliación.



Original	(×2)	Ampliada
$A(0; 0)$	⟶	$A'(0; 0)$
$B(2; 0)$	⟶	$B'(4; 0)$
$E(2; 2,5)$	⟶	$E'(4; 5)$
$F(0; 2,5)$	⟶	$F'(0; 5)$

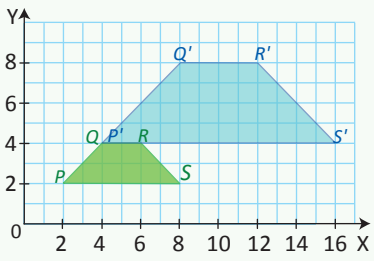
Por lo tanto, cada lado se amplió en su doble.

Tal como se vio en la situación presentada, la **ampliación** y la **reducción** de una figura son transformaciones geométricas en las que la figura mantiene su forma, pero su tamaño varía proporcionalmente.
A continuación, se muestra una ampliación y reducción del cuadrilátero *PQRS*.

La ampliación aumenta el tamaño de una figura, manteniendo su forma y proporciones. Se realiza mediante un factor de escala mayor que 1 ($k > 1$), lo que genera una figura semejante a la original.

Ampliación al doble (×2)

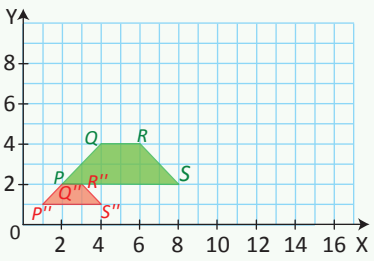
$P(2; 2) \longrightarrow P'(4; 4)$
$Q(4; 4) \longrightarrow Q'(8; 8)$
$R(6; 4) \longrightarrow R'(12; 8)$
$S(8; 2) \longrightarrow S'(16; 4)$



La reducción disminuye el tamaño de una figura, manteniendo su forma y proporciones. Se aplica un factor de escala menor que 1 ($0 < k < 1$), lo que genera una figura semejante a la original.

Reducción a la mitad $\left(\times \frac{1}{2}\right)$

$P(2; 2) \longrightarrow P''(1; 1)$
$Q(4; 4) \longrightarrow Q''(2; 2)$
$R(6; 4) \longrightarrow R''(3; 2)$
$S(8; 2) \longrightarrow S''(4; 1)$

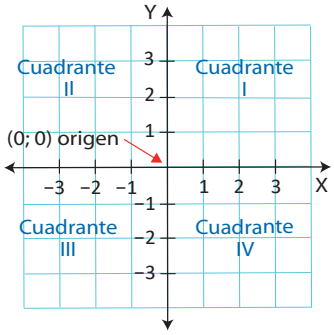


¿Sabías que...?

Las transformaciones geométricas inspiran diseños sostenibles y modelan simetrías en hojas, flores o panales, vinculando arte, naturaleza y matemáticas para conservar ecosistemas.

Recuerda

El plano cartesiano es un diagrama dividido en cuadrantes, formado por un eje horizontal X (de las abscisas) y un eje vertical Y (de las ordenadas), que permite ubicar puntos de acuerdo con sus coordenadas respectivas en cada eje.



Practica valores

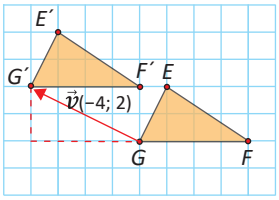
- Participa activamente en la elaboración de diseños, promoviendo el uso responsable de recursos.
- Colabora con tus compañeros para comprender representaciones culturales en tramas o tejidos locales.

¿Sabías que...?

Las transformaciones isométricas mantienen forma y tamaño, como ocurre en las teselaciones de la naturaleza. Su estudio ayuda a diseñar espacios equilibrados, minimizando el desperdicio de materiales y favoreciendo un entorno sostenible.

Recuerda

En el triángulo *EFG*, se aplica una traslación según el vector $\vec{v}(-4; 2)$.



Los triángulos *EFG* y *E´F´G´* son congruentes.

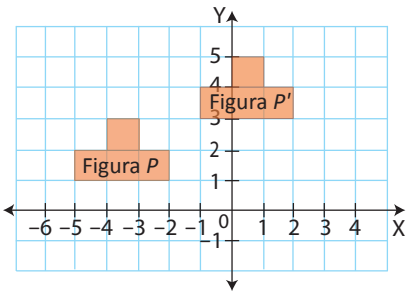
Practica valores

- Relaciona ejemplos matemáticos con contextos de distintas regiones del país, mostrando interés por aprender de otras culturas.
- Colabora en campañas escolares de reciclaje clasificando residuos y motivando a tus compañeros a reducir el impacto ambiental en la comunidad.

Traslación

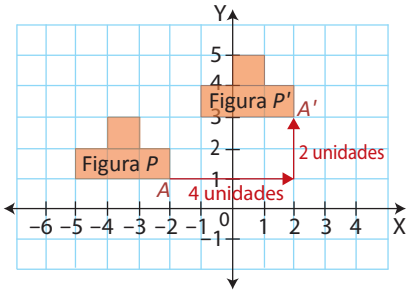
Situación: Diseño nuevo

La figura *P* corresponde a un diseño que se bordará en una prenda. Observa la nueva ubicación de esta figura en la cuadrícula. ¿En qué dirección y distancia se ha desplazado?



Observamos que el punto *A* de la figura original se ha trasladado 4 unidades a la derecha en el eje X (hacia el lado positivo) y 2 unidades hacia arriba en el eje Y (en dirección positiva también).

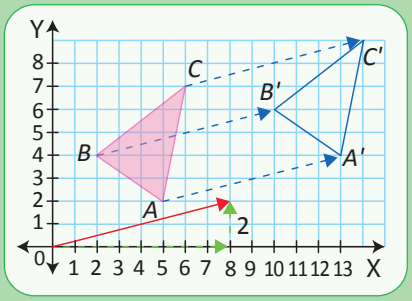
Por lo tanto, toda la figura se ha trasladado 4 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba.



Como se aprecia en la situación anterior, la **traslación** es una transformación isométrica que consiste en desplazar todos los puntos de una figura o cuerpo en una misma dirección, con igual magnitud y sentido, indicada por el vector $\vec{v}(x; y)$.

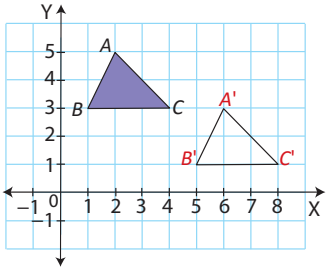
La figura conserva su forma y su tamaño, pero no su posición en el plano.

El triángulo ABC se traslada 8 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba; este movimiento se representa por $\vec{v}(8; 2)$.



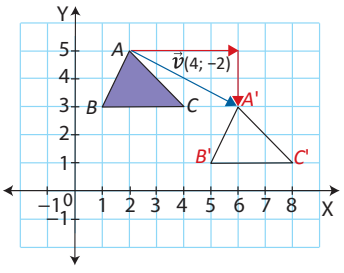
Situación: Ubicación de figuras

Abel aplicó una traslación a la figura *ABC* y obtuvo la figura *A'B'C'*. Luego afirmó que el vector de traslación utilizado fue $\vec{v}(2; -2)$. ¿Es correcta la afirmación de Abel?



Para hallar el vector de desplazamiento de la figura, debemos enfocarnos en un vértice de la figura. Veamos el vértice *A*.

Observamos que el desplazamiento en el eje X es 4 unidades hacia la derecha (+4), y en el eje Y es 2 unidades hacia abajo (–2). Se puede representar así: 4→ y 2↓
También se puede representar con el vector de traslación $\vec{v}(4; -2)$.

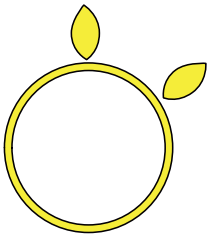


La afirmación de Abel es incorrecta; el vector de traslación es $\vec{v}(4; -2)$.

Rotación

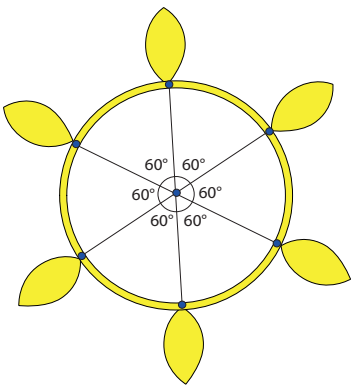
Situación: Decoración de espejos

Paty está decorando el contorno de un espejo circular con 6 piezas iguales distribuidas de forma equidistante. Sin embargo, por un contratiempo, solo logró colocar 2 piezas. ¿Cómo debería completar la decoración del espejo?



Si debe haber 6 piezas separadas por la misma distancia angular, quiere decir que se está dividiendo el círculo completo (360°) en 6 partes iguales: $\frac{360°}{6} = 60°$.

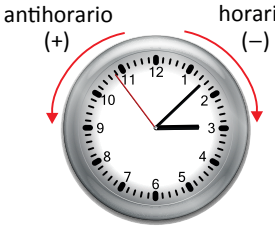
Esto significa que cada adorno se obtiene girando el anterior 60° en el sentido contrario a las agujas del reloj alrededor del centro del espejo.



Paty puede completar la decoración aplicando rotaciones de 60° desde los adornos ya colocados.

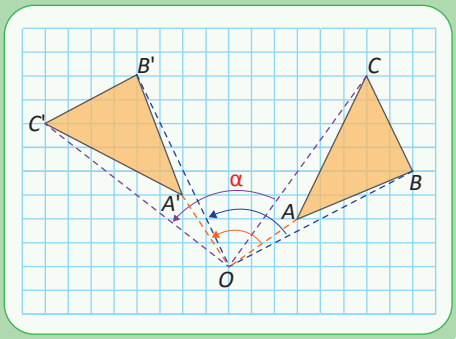
Recuerda

El ángulo de rotación puede tener sentido antihorario (positivo) o sentido horario (negativo).



Fuente: Shutterstock (2018).

El análisis previo muestra que una **rotación** es una transformación isométrica que consiste en mover circularmente todos los puntos de una figura alrededor de un punto fijo (O), llamado centro de rotación, y con un mismo ángulo, llamado ángulo de rotación (α), indicando el sentido (horario o antihorario).



$\overline{OA}$ tiene igual medida que $\overline{OA'}$.

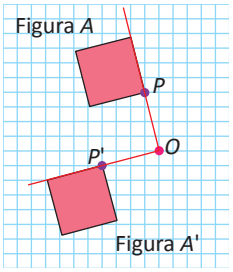
$\overline{OB}$ tiene igual medida que $\overline{OB'}$.

$\overline{OC}$ tiene igual medida que $\overline{OC'}$.

TIC

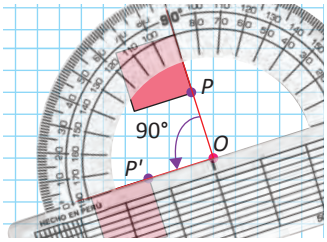
Situación: Reconocimiento de un giro

Alicia afirma que, luego de una rotación de 45°, en sentido horario, de la figura A respecto al centro O, se obtiene la figura A'. ¿Estás de acuerdo? Justifica tu respuesta.



Ubicamos un punto en la figura inicial (P) y el punto correspondiente en la transformada (P').

Trazamos el ángulo de rotación POP'.



Con ayuda del transportador, medimos el ángulo POP'.

Por lo tanto, el ángulo de rotación es de 90° en sentido antihorario. La afirmación de Alicia es incorrecta.

Reto matemático

¿Una figura puede coincidir consigo misma después de una rotación? Justifica tu respuesta.

Ten en cuenta

La simetría se puede observar en el reflejo del agua.

Simetría axial (horizontal)



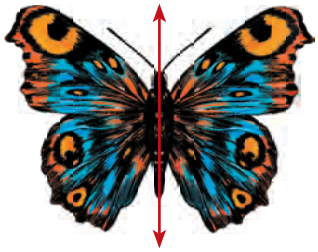
Eje de simetría

Fuente: Shutterstock (2019).

También está presente en la naturaleza.

Simetría axial (vertical)

Eje de simetría



Fuente: Shutterstock (2019).

Simetría axial (reflexión)

Situación: Chalecos andinos

El diseño de un chaleco, que aún está en proceso, se muestra en la imagen; el lado derecho ya está decorado.

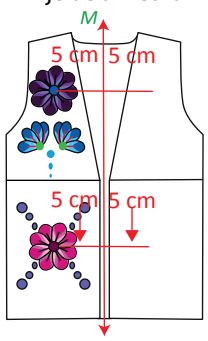


¿Cómo se debe completar el diseño del lado izquierdo para que quede simétrico?

En el diseño actual, observamos que las figuras están ordenadas con respecto a una línea vertical central. Si doblamos el chaleco por esa línea roja, las figuras del lado derecho se reflejarían sobre el lado izquierdo. Esto significa que hay una simetría axial respecto a una línea vertical.

Para completar el diseño, trazamos la recta *M*, que pasa por el centro del chaleco.
Reflejamos cada figura colocándola a la misma distancia del eje, pero en el lado izquierdo.
Por ejemplo: si el punto *A* está a 5 cm a la derecha del eje, el punto simétrico *A´* estará a 5 cm a la izquierda.
De esta manera, las figuras quedan alineadas simétricamente.

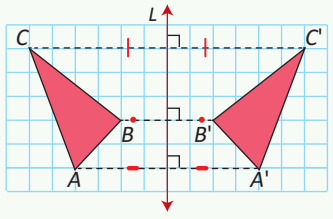
Eje de simetría



A partir de lo trabajado, se puede afirmar que la **simetría axial** es una transformación isométrica en la que cada punto de una figura se refleja respecto a una recta *L* (eje de simetría), de modo que el segmento que une un punto con su imagen (homólogo) es perpendicular a su eje de simetría y se divide en dos partes iguales.

A y *A´*son simétricos con respecto a $\overleftrightarrow{L}$.
B y *B´*son simétricos con respecto a $\overleftrightarrow{L}$.
C y *C´*son simétricos con respecto a $\overleftrightarrow{L}$.

Eje de simetría



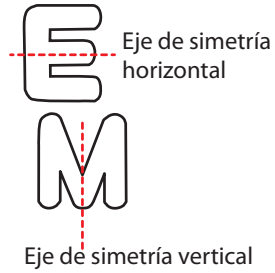
Situación: Letras por corte

Renato necesita dos letras para un cartel: la E y la M. Él afirma que, para recortar de manera rápida y precisa, basta con doblar una hoja por el eje de simetría de cada letra y luego cortar. ¿Es correcta su afirmación?



La letra E tiene simetría horizontal. Si trazamos una línea horizontal por el centro, ambas partes se superponen. Hay simetría respecto a esa línea.

La letra M tiene simetría vertical. Si doblamos una hoja por la mitad en forma vertical, los dos lados coinciden perfectamente. Por lo tanto, la afirmación de Renato es correcta.

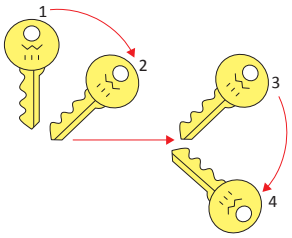


Reto matemático

Se afirma: "Una figura solo es simétrica si su eje de simetría es vertical". ¿Es válida esta afirmación?

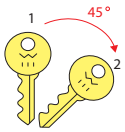
Composición de transformaciones

Situación: Movimientos de una llave

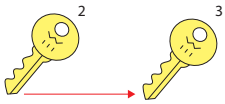


De acuerdo con la imagen mostrada, ¿qué tipo de transformaciones isométricas se han realizado para ir de la figura 1 a la figura 4?

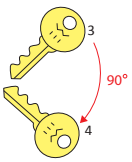
A la figura 1 se le aplicó una rotación de 45° en sentido horario, con lo cual se obtiene la figura 2.



Luego, la figura 2 se traslada hacia la derecha para obtener la figura 3.

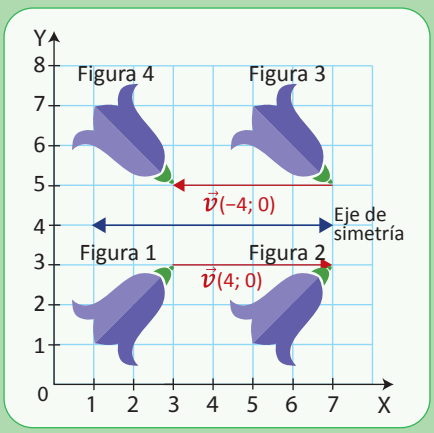


A la figura 3 se le aplicó una rotación de 90° en sentido horario para obtener la figura 4.



Las transformaciones isométricas son movimientos en el plano que conservan la forma y el tamaño de las figuras.

La situación anterior evidencia que la **composición** de **transformaciones geométricas** consiste en aplicar una transformación geométrica a una figura y, sobre la figura imagen, aplicar otra transformación geométrica, y así sucesivamente.



Por ejemplo, en la imagen mostrada:

- La figura 2 es una traslación de la figura 1, donde $\vec{v} = (4; 0)$.
- La figura 3 es la simetría o reflexión de la figura 2.
- La figura 4 es una traslación de la figura 3, donde $\vec{v} = (-4; 0)$.

Situación: Mantos prehispánicos

Fernando afirma que la figura 2 (F2) resulta de aplicar una traslación horizontal a la figura inicial, hasta F1; luego, una simetría para formar la F3, y finalmente una rotación de 90° alrededor de *A* en sentido horario a esta última.

¿Es correcta su afirmación? Justifica.



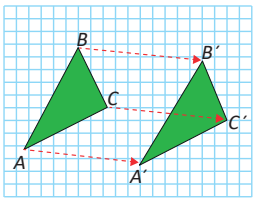
La figura inicial se traslada 2→, seguidamente se le aplica una simetría y se forma F3; luego, se traslada 1↓ y 1←.

Por tanto, la afirmación de Fernando no es correcta. Sin embargo, se pueden aplicar otras transformaciones para formar la F2.

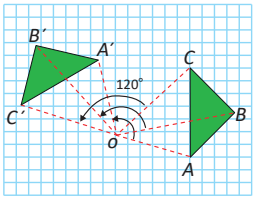
Recuerda

Transformaciones isométricas

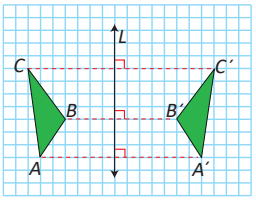
Traslación



Rotación



Reflexión (simetría axial)



Evalúa tus progresos

- Describe las transformaciones de un objeto en términos de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones.
- Expresa su comprensión de las características de las transformaciones geométricas.
- Aplica gráficos y procedimientos para verificar que las figuras transformadas conservan forma y medidas.
- Justifica afirmaciones con ejemplos y conocimientos geométricos sobre las características de las transformaciones geométricas aplicadas.

¿Sabías que...?

Las escalas permiten representar áreas naturales y ecosistemas en mapas para planificar rutas ecológicas seguras.

Recuerda

Mapas

Permiten representar grandes extensiones, como continentes, países, regiones, entre otras.



Planos

Permiten representar pequeñas extensiones, como viviendas, barrios, urbanizaciones, etc.



Practica valores

- Promueve la protección ambiental representando espacios en escala para actividades sostenibles.
- Valora expresiones culturales locales al analizar patrones del arte tradicional.

ESCALA

Representación e identificación en mapas y planos

Situación: Turismo a la catarata de Gocta

Antes de iniciar su caminata hacia la catarata de Gocta, en la región Amazonas, Zaraí revisó el mapa que le habían entregado. Con ayuda de una regla, midió la distancia en línea recta desde San Pablo hasta la catarata y obtuvo un valor de 4,2 cm.

¿Cuál es la distancia real entre ambos lugares, considerando la escala del mapa?



En el mapa se identifica la escala 1:100 000, la cual significa que 1 cm en el mapa equivale a 100 000 cm en la realidad.

Denotamos por x la distancia desde San Pablo hasta la catarata de Gocta, y planteamos esta relación:

Longitud en el plano (cm)	1	4,2
Longitud real (cm)	100 000	x

Entonces:

$$\frac{1}{100\,000} = \frac{4{,}2}{x} \Longrightarrow x = (4{,}2)(100\,000)$$

$$x = 420\,000 \text{ cm}$$

La distancia real entre San Pablo y la catarata de Gocta es 420 000 cm o 4,2 km.

Observando la situación anterior, se concluye que la **escala** es la relación proporcional entre las dimensiones reales de un objeto, espacio o territorio, y las medidas que lo representan en un plano, mapa o dibujo.
La escala numérica se expresa como fracción o razón y no tiene unidades.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida de longitud en el dibujo } (D)}{\text{Medida de longitud en la realidad } (R)}$$

Por ejemplo:

Notación	Se lee	Se interpreta
1:150 o $\frac{1}{150}$	Uno en ciento cincuenta.	1 unidad de longitud en el plano o mapa equivale a 150 unidades de longitud en la realidad.

La **escala gráfica** es una línea horizontal marcada en kilómetros o alguna otra unidad de medida de la distancia.
La línea se subdivide en segmentos de igual longitud para indicar la distancia en el mapa. Cada segmento expresa la longitud que representa.



Situación: Paseo en la ciudad del Cusco

Dos de los lugares más representativos de la ciudad del Cusco son el Museo de Sitio Qorikancha y la Plaza Mayor.

Marlon debe determinar la escala de un plano. La distancia real entre el museo de Qorikancha y la Plaza Mayor es 500 m, y en el plano se representa con un segmento de 4 cm.

¿Es correcto afirmar que la escala es 1:500?



Hallamos la escala. Para ello, convertimos la medida de la longitud real en centímetros: 500 m es equivalente a 50 000 cm. Luego:

Medida de longitud en el dibujo

$$E = \frac{D}{R} = \frac{4\text{ cm}}{50\,000\text{ cm}} = \frac{1}{12\,500}$$

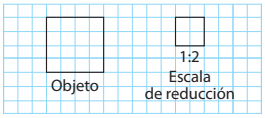
Medida de longitud en la realidad

Entonces, la escala es 1:12 500.

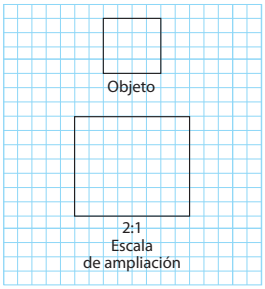
Por lo tanto, la afirmación es incorrecta, pues la escala que corresponde es 1:12 500.

Ten en cuenta

La **escala de reducción** se presenta cuando la medida del dibujo es menor que la real. Las escalas pueden ser 1:2, 1:10, etc.



La **escala de ampliación** se presenta cuando la medida del dibujo es mayor que la medida real. Las escalas pueden ser 2:1, 100:1, etc.



Evalúa tus progresos

- Representa la escala de un plano o mapa en forma numérica o gráfica.
- Expresa su comprensión de la relación proporcional entre la medida del dibujo y la medida real.
- Emplea procedimientos de conversiones de unidades y usa la regla de tres o la escala para hallar medidas reales o dibujadas.
- Argumenta la correcta elección y el significado de los diferentes tipos de escala.

¿Sabías que...?

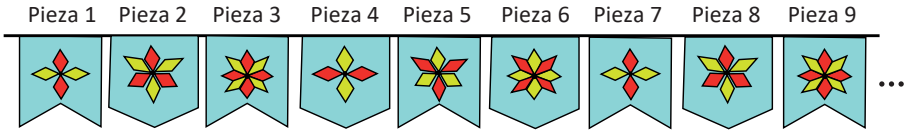
Los patrones gráficos permiten identificar repeticiones y simetrías presentes en tejidos, cerámicas y murales de diversas culturas peruanas. Su análisis fomenta la valoración del arte tradicional y ayuda a diseñar representaciones sostenibles que integran cultura, creatividad y matemática en la preservación del patrimonio cultural.

PATRONES

Patrones gráficos

Situación: Diseño de banderines

Por el aniversario del colegio, Iván y su equipo han elaborado banderines, como los que se muestran a continuación:



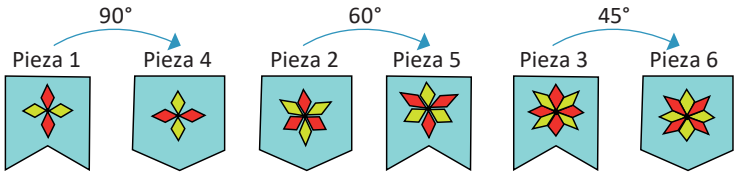
Ayúdalos a completar las piezas de la 10 a la 15.

Analizamos el diseño de los banderines:

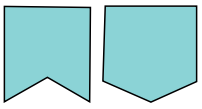
- Reconocemos tres tipos de flores: una con 4 pétalos, otra con 6 pétalos y una tercera con 8 pétalos.



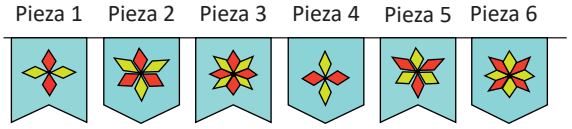
- Al comparar las flores ubicadas en las piezas 1 y 4, observamos que han sido giradas 90° respecto a su centro. En las piezas 2 y 5, las flores han girado 60°, y en las piezas 3 y 6 han girado 45°.



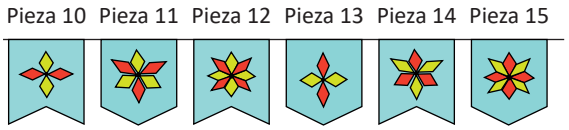
- Además, observamos que la forma del banderín cambia alternadamente: uno presenta terminación cóncava y el siguiente una terminación convexa, repitiéndose esta alternancia.



- Vemos que las piezas 1-6 conforman el núcleo del patrón. Luego, este se repite en el mismo orden a partir de la pieza 7.



Por lo tanto, las piezas que continúan en la secuencia son las siguientes:



La resolución de la situación anterior evidencia que un **patrón gráfico** es una secuencia de figuras o formas geométricas que varían siguiendo una regla o regularidad. Este tipo de patrón se basa en algunas características de las figuras que lo determinan, como la forma, el color, el tamaño, el número de lados o la posición.

Practica valores

- Organiza con tus compañeros jornadas de limpieza en áreas verdes cercanas, promoviendo el cuidado del entorno para las futuras generaciones.
- Valora los patrones gráficos presentes en tejidos y cerámicas andinas como expresión cultural y matemática de tu región.

Una **unidad de patrón** es el conjunto fijo de elementos que se repite de forma constante a lo largo de una secuencia. También se le denomina "núcleo del patrón".

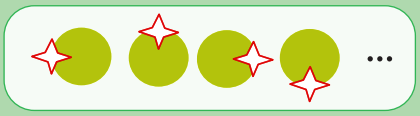


En un patrón gráfico, hay figuras que sufren transformaciones, como simetrías, rotaciones o traslaciones.

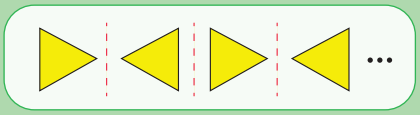
Transformación de traslación



Transformación de rotación o giro



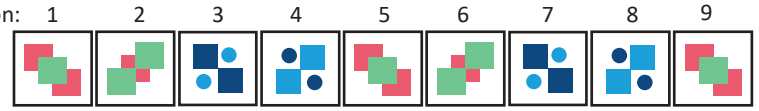
Transformación de simetría



Situación: Decoración de pared

Gildo y Paty están usando mayólicas con diseños geométricos para decorar una pared, como se muestra en la siguiente imagen:

Posición: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ...



¿Es correcto afirmar que en la posición 27 se ubica la figura  ?
Justifica tu respuesta.

Observamos que hay una secuencia de figuras que se repiten.

Posición: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ...



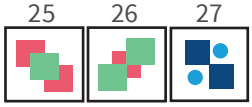
Este patrón se repite en bloques de cuatro figuras.

Para saber qué figura está en la posición 27, dividimos 27 entre 4:
27 ÷ 4 = 6 bloques completos y 3 figuras restantes

Entonces, tenemos lo siguiente:

Posición 1 a 24 ⟹ 6 bloques completos.
A las posiciones 25, 26 y 27 les corresponden las siguientes figuras:

Posición: 25 26 27



Por lo tanto, la afirmación no es correcta. En la posición 27 se ubica la figura  .

Recuerda

La **posición de un patrón geométrico** está determinada por la orientación con respecto a un objeto; por ejemplo, izquierda, derecha, adentro, afuera, adelante o atrás.

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre regularidades y las transforma a patrones gráficos que combinan traslaciones, rotaciones y reflexiones.
- Expresa con representaciones gráficas y lenguaje algebraico su comprensión sobre la regla de formación de patrones gráficos.
- Emplea procedimientos a partir de las transformaciones geométricas sucesivas que se aplican a la figura o elemento base para generar la secuencia.
- Argumenta y justifica la correcta identificación del núcleo del patrón gráfico (unidad de repetición) y valida la predicción de la figura en una posición dada, corrigiendo errores si los hubiera, a partir del reconocimiento de la secuencia de transformaciones geométricas aplicadas.

Actividad lúdica



¡Explora jugando! Revisa las reglas del juego, organiza estrategias y expresa tus ideas con sentido matemático.

Tu propósito de aprendizaje

Modela las transformaciones (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras planas en el plano cartesiano, comunica la regla algebraica que describe el movimiento de un punto, usa estrategias gráficas para hallar coordenadas, y argumenta la conservación de forma y tamaño.

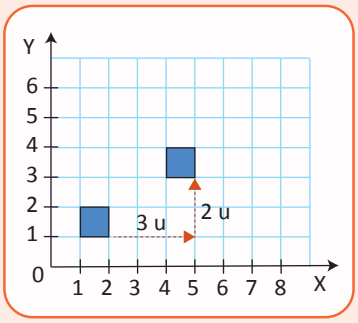
Practica valores

- Participa en proyectos escolares de ahorro energético, apagando luces y equipos no utilizados para proteger los recursos del planeta.
- Promueve la convivencia intercultural al dialogar y jugar con tus compañeros, reconociendo sus costumbres y aportes.

La aventura de las coordenadas: un juego de transformaciones

1. Situación

Eres un explorador espacial en un planeta lejano. Has aterrizado tu nave en el plano cartesiano. Para recolectar recursos, debes moverla usando teletransportadores que aplican transformaciones geométricas exactas. Tu reto es descubrir las reglas secretas de cada transformación y llegar antes que tus rivales a todos los puntos objetivo.



2. Reglas

Para abordar esta situación, considera estos materiales y toma en cuenta las reglas indicadas:

a. Un plano cartesiano grande en papel cuadriculado (uno por equipo).

b. Figura de cartulina para la nave (triángulo o cuadrado).

c. Tarjetas con punto de inicio (*A*) y punto objetivo (*B*) claramente marcados con coordenadas.

d. Se forman equipos de 2 o 3 estudiantes.

e. Cada equipo recibe un plano cartesiano y su nave (figura), una tarjeta con un punto *A* (inicio) y un punto *B* (objetivo).

f. Uno de los vértices de la nave (vértice de referencia) debe coincidir con el punto de inicio (*A*) y, tras las transformaciones, con el punto objetivo (*B*).

3. Desarrollo

En el transcurso de la actividad, considera los siguientes aspectos:

Nivel 1: Traslaciones (descubriendo el desplazamiento)

a. ¡Primera estación: traslación! El profesor muestra una tarjeta que dice, por ejemplo, “Tu nave está en (1; 1). Necesitas llegar a (4; 3)”.

b. Los equipos colocan su nave en (1; 1). Deben moverla hasta (4; 3) contando los cuadrados que se desplaza y registrando el cambio en las coordenadas del vértice de referencia de su figura.

c. **Deducción de la regla:** Cada equipo dialoga y responde lo siguiente: ¿cómo cambiaron las coordenadas x e y?, ¿hay una regla general para cualquier punto $(x; y)$? Luego, intentarán formular la regla algebraica de la traslación (p. ej. $(x; y) \Longrightarrow (x + 3; y + 2)$).

d. El primer equipo en formular la regla correcta y justificarla gana un punto.

Nivel 2: Reflexiones (el efecto espejo)

a. ¡Segunda estación: reflexión! Tu nave está en (2; 2). Refléjala sobre el eje X. Luego, refléjala sobre el eje Y. Finalmente, refléjala sobre el origen. (Puedes adaptar la complejidad según el nivel).

b. Los equipos aplican la reflexión a su nave y registran las nuevas coordenadas de sus vértices. Es útil que la nave tenga un punto "frontal" marcado para ver la orientación.

c. **Deducción de la regla:** Los equipos dialogan y formulan las reglas algebraicas para la reflexión sobre el eje X (p. ej. $(x; y) \Longrightarrow (x; -y)$), el eje Y (p. ej. $(x; y) \Longrightarrow (-x; y)$) o el origen (p. ej. $(x; y) \Longrightarrow (-x, -y)$).

d. Se gana un punto por cada regla correcta y bien justificada.

Nivel 3: Rotaciones (el giro preciso)

a. ¡Tercera estación: rotación! Tu nave está en (3; 1). Rótala 90° en sentido horario alrededor del origen. Luego, rótala 180° alrededor del origen.

b. Los equipos rotan su nave con cuidado (pueden usar un transportador) y registran las nuevas coordenadas.

c. **Deducción de la regla:** Deberán encontrar patrones y deducir las reglas para las rotaciones más comunes alrededor del origen:

- 90° en sentido horario: $(x; y) \Longrightarrow (y; -x)$
- 90° en sentido antihorario: $(x; y) \Longrightarrow (-y; x)$
- 180°: $(x; y) \Longrightarrow (-x; -y)$

4. Reflexión

Responde estas preguntas como guía para autoevaluar lo aprendido:

a. ¿Cómo se representan y describen los desplazamientos de una figura en el plano cartesiano? ¿Cómo puedes usar una regla general de traslación para mover cualquier punto o figura en el plano?

b. Cuando aplicas una traslación en el plano cartesiano, ¿qué sucede con la forma, el tamaño y la ubicación de la figura?

c. Según lo que observaste, ¿qué sucede con las coordenadas de un punto al reflejarlo sobre el eje Y, el eje X y sobre el origen? Explica con un ejemplo.

d. ¿Qué ocurre con las coordenadas de un punto al rotarlo 90° en sentido horario, 90° en sentido antihorario y 180° alrededor del origen? Explica con un ejemplo.

Evalúa tus progresos

- Describe las transformaciones geométricas de un objeto en términos de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones en el plano cartesiano.
- Expresa su comprensión del movimiento de un punto $(x; y)$ a su imagen $(x'; y')$ de manera general y simbólica.
- Emplea estrategias como el conteo de unidades y coordenadas para determinar la posición de vértices tras una o más transformaciones.
- Justifica con conocimientos geométricos que la traslación, rotación y reflexión son transformaciones y explica que mantienen la forma y el tamaño de la figura.

UNIDAD

2

Impulsamos una vida saludable y el cuidado de los espacios verdes



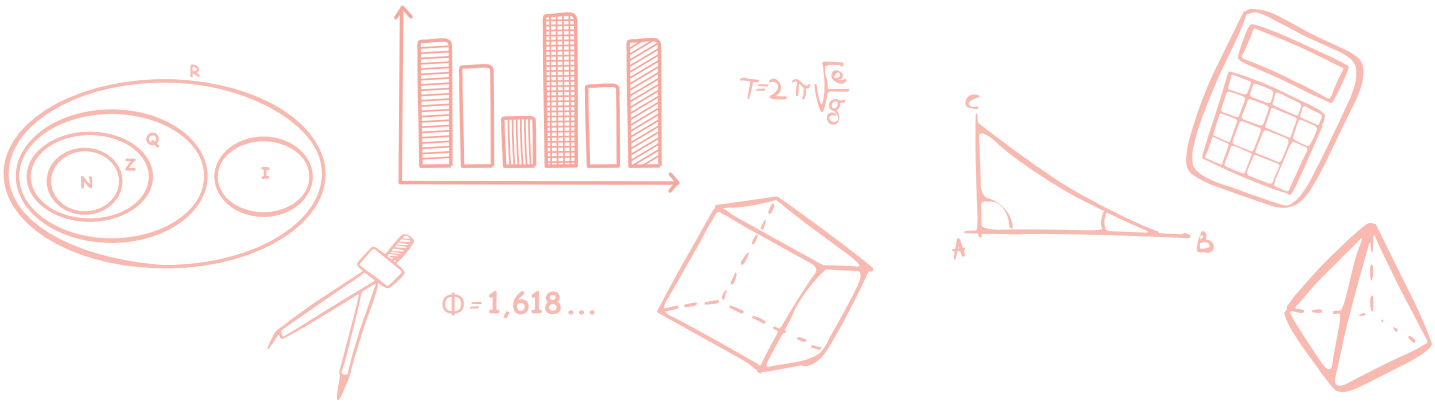
OBJETIVO DE DESARROLLO SOSTENIBLE

3 SALUD Y BIENESTAR

Este objetivo busca fomentar estilos de vida saludables y mejorar el acceso a una alimentación adecuada para reducir diversas enfermedades.

Estas son algunas acciones que se deben promover:

- La alimentación saludable para prevenir enfermedades como la obesidad, la diabetes, entre otras.
- Cultivar verduras y hortalizas en huertos escolares o familiares.
- Generar conciencia ecológica, mejorando la relación con el entorno y promoviendo comunidades más sanas y sostenibles.





Practico valores de los enfoques transversales

- Enfoque ambiental
  - Respeto a toda forma de vida
  - Justicia y solidaridad
- Enfoque de derechos
  - Libertad y responsabilidad
  - Diálogo y concertación

Fuente: Shutterstock (2023).

En esta unidad...

Desarrollo mis competencias

- Resuelve problemas de cantidad
- Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Construyo mis conocimientos

Fracciones heterogéneas
- Concepto de fracción heterogénea
- Homogeneización de fracciones heterogéneas
- Relación de orden y comparación entre fracciones

Operaciones con fracciones heterogéneas

Operaciones con decimales

Formas bidimensionales
- Triángulos y su clasificación
- Propiedades de los triángulos
- Congruencia de triángulos
- Cuadriláteros y su clasificación
- Propiedades de los cuadriláteros

Medidas de formas bidimensionales
- Perímetro y área de triángulos
- Perímetro y área de formas regulares compuestas (triángulos y cuadriláteros)

Investigamos



Analiza cada situación, asume un rol, usa el anexo, resuelve y sustenta tus soluciones con ideas matemáticas.

SITUACIÓN
Alimentación saludable, del diagnóstico a la acción

Según el Instituto Nacional de Salud (INS), la mejor manera de prevenir la obesidad es a través de una adecuada alimentación. Se recomienda llevar una dieta rica en frutas y verduras, cereales, tubérculos, y reducir el consumo de sal y azúcar.

Como **promotor de alimentación saludable**, tu tarea es analizar tu alimentación actual y elaborar una propuesta que mejore tus hábitos alimenticios, distribuyendo de manera adecuada los macronutrientes.

País



Aproximadamente 15 millones de peruanos sufren de obesidad

Cada 4 de marzo se conmemora el Día Mundial de Lucha contra la Obesidad.

Fuente: *El Peruano* (2024).

¿Cómo podrías mejorar tu plan de alimentación y presentarlo de manera que ayude a otros a tomar conciencia de la importancia de una vida saludable?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo A):

- **Determina** tu índice de masa corporal (IMC) y tu perímetro abdominal utilizando operaciones con números decimales. Compara los resultados con los parámetros establecidos y analiza qué hábitos podrían contribuir a mejorar o mantener tu estado de salud.
- **Registra** los alimentos que consumes en tus ingestas diarias (desayuno, almuerzo, cena u otros) durante una semana. Compara la composición nutricional de los alimentos que consumes (calorías, proteínas, grasas y carbohidratos) con las recomendaciones nutricionales y los requerimientos calóricos diarios, utilizando operaciones con expresiones decimales.
- **Propón** un ajuste a tu plan de alimentación considerando las recomendaciones nutricionales y necesidades; para ello, emplea expresiones decimales, así como sus operaciones.
- **Diseña** en grupo una infografía de concientización sobre la alimentación saludable. Usa formas geométricas bidimensionales (cuadrados, rectángulos, trapecios, círculos, etc.) para la propuesta visual. Organiza tu infografía distribuyendo la cartulina en secciones según la importancia de la información que presentes y explica cómo realizaste esa distribución usando fracciones. Además, decora el contorno a partir del cálculo del perímetro.

SITUACIÓN
Huertos, futuro verde y saludable

El Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego (Midagri) fomenta la creación y el desarrollo de huertos comunitarios. Estos espacios no solo proveen alimentos frescos y nutritivos, sino que también favorecen la economía familiar, promueven el trabajo colaborativo y ayudan a cuidar el medio ambiente al aprovechar mejor los recursos.

Asimismo, los huertos son espacios de aprendizaje práctico sobre la importancia de una alimentación balanceada y la conservación de la naturaleza. Sin embargo, su éxito depende de una buena distribución estratégica del espacio.

Como **asesor técnico en cultivos**, tu tarea es diseñar un biohuerto saludable para la comunidad.

Economía



¡Dos caminos para un futuro verde! Educación ambiental en el Perú: formal y comunitaria

Mediante ese tipo de estrategias se busca reforzar el compromiso de los escolares, las familias y la comunidad con la conservación de los ecosistemas.

Fuente: *El Peruano* (2024).

¿Cómo diseñarías un biohuerto que aproveche el espacio disponible, optimice la cantidad de agua necesaria y permita calcular cuántas plantas cultivar y cuánto costaría implementarlo?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo B):

- **Diseña** el huerto distribuyendo las camas de cultivo (espacios de diferentes formas donde se siembra) y pasadizos con formas geométricas. Asegúrate de que cada área tenga una función clara (siembra, riego, circulación), que represente la ubicación del grifo y las conexiones de riego por goteo según los criterios técnicos.
- **Representa** la forma geométrica de las camas de cultivo como fracción del terreno y determina cada área en metros cuadrados.
- **Estima** la cantidad de plantas que pueden sembrarse en las camas de cultivo, representa su distribución en un esquema según la distancia entre ellas e identifica qué cultivo aprovecha mejor el área disponible.
- **Elabora** un presupuesto básico que incluya los materiales de los cercos o contornos de las camas de cultivo, el número de plantones o semillas y los accesorios para el sistema de riego, empleando operaciones con fracciones y decimales.

Anexo A: Alimentación saludable, del diagnóstico a la acción

1. Índice de masa corporal (IMC)

El índice de masa corporal (IMC) es una manera estandarizada de determinar si una persona tiene la masa adecuada en relación con su estatura. Para obtener el IMC, se debe dividir la masa de la persona (expresada en kilogramos) entre su talla (expresada en metros) al cuadrado.

$$\text{IMC} = \frac{\text{masa (kg)}}{[\text{altura (m)}]^2}$$

Clasificación del índice de masa corporal

Categoría IMC	IMC (kg/m^2)
Bajo peso	Menos de 18,5
Peso normal	18,5-24,9
Sobrepeso	25,0-29,9
Obesidad grado 1	30,0-34,9
Obesidad grado 2	35,0-39,9
Obesidad grado 3	40,0 o más

Fuente: Tomado de World Health Organization (2025).

2. Riesgo de enfermedades en adolescentes según su perímetro abdominal

El perímetro abdominal se refiere a la medida de la distancia alrededor del abdomen, generalmente a la altura del ombligo. Para cada edad, se debe comparar con los valores de referencia. En adolescentes, superar el percentil 75 indica riesgo alto, y superar el 90, un riesgo muy alto de padecer enfermedades cardiovasculares y metabólicas como la diabetes tipo 2.

Clasificación de riesgo de enfermar según sexo, edad y perímetro abdominal

Edad (años)	Riesgo de enfermar según perímetro abdominal (cm)					
	Adolescentes varones			Adolescentes mujeres		
	Bajo (< P75)	Alto (≥ P75)	Muy alto (≥ P90)	Bajo (< P75)	Alto (≥ P75)	Muy alto (≥ P90)
12	74,2	74,3	84,8	73,4	73,5	82,7
13	76,7	76,8	88,2	76,8	76,9	85,8
14	79,3	79,4	91,6	78,2	78,3	88,8
15	81,8	81,9	95,0	80,6	80,7	91,9
16	84,4	84,5	98,4	83,0	83,1	94,9
17	86,9	87,0	101,8	85,4	85,5	98,0

Fuente: Ministerio de Salud (2015), basado en Fernández et al. (2004).

Los cálculos de IMC y perímetro abdominal que se presentan en este texto escolar se basan en parámetros estandarizados de referencia (OMS). Estos valores sirven únicamente para fines educativos y de concientización. No deben interpretarse como diagnósticos personales de los estudiantes, ya que cada individuo requiere una evaluación médica integral.

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

3. Tablas peruanas de composición de alimentos (por cada 100 gramos)

La siguiente tabla presenta solo algunos ejemplos de alimentos y su composición. Existen muchos más, por lo que puedes ampliar la información consultando otras fuentes o investigando en tu entorno.

Nombre del alimento	Energía (kcal)	Proteínas (g)	Grasa total (g)	Carbohidratos (g)
Arroz blanco corriente	358	7,8	0,7	77,6
Avena envasada	380	13,7	4,7	71,3
Maíz blanco tostado	389	7,2	4,6	82,1
Pan de cebada (serrano)	295	24,4	7,2	66,2
Chancay (bizcocho)	355	8,8	6,9	64,4
Quinua cocida	89	3,8	1,3	16,3
Caigua	15	0,5	0,2	3,3
Tomate	15	0,8	0,2	4,3
Vainitas	25	2,4	0,3	8,1
Fresa	34	0,7	0,8	8,9
Manzana	50	0,3	0,1	14,6
Naranja	31	0,6	0,2	10,1
Palta	130	1,7	12,5	5,6
Plátano de seda	74	1,5	0,3	21,0
Sandía	23	0,7	0,1	5,9
Pescado bonito	138	23,4	4,2	-
Cerdo, carne sin hueso	198	14,4	15,1	0,1
Pollo (pulpa)	119	21,4	3,1	0
Res	105	21,3	1,6	-
Queso andino	375	22,6	31,4	0,6
Queso paria	298	19,2	24,5	-
Huevo de gallina entero	145	12,8	9,9	-
Azúcar granulada o refinada	384	0	0	99,2

Fuente: Minsa, INS (2017).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

4. Tabla propuesta para evaluar en un día la composición nutricional de los alimentos que consumes

A continuación, se muestra un ejemplo de tabla que te servirá como guía. Registra los alimentos que consumes en un día, anota la cantidad aproximada y completa los valores de calorías, proteínas, grasas y carbohidratos según corresponda.

Día	Momento	Alimento	Cantidad aprox.	Calorías aprox. (kcal)	Proteínas (g)	Grasas (g)	Carbohidratos (g)
Lunes	Desayuno	Avena	1 taza (250 mL)				
		Jugo de naranja envasado	250 mL				
		Pan de cebada (serrano)	1 unidad (100 g)				
	Refrigerio	Plátano	150 g				
	Almuerzo	Lentejas con pescado y arroz	1 porción (400 g)				
		Manzana Israel	1 unidad (150 g)				
	Cena	Pan *ciabatta*	1 unidad (80 g)				
		Pollo, pechuga cocida	1 porción (150 g)				
		Té con azúcar	250 mL				
	Total						

5. Valores de referencia

Valores energéticos de macronutrientes

1 g de grasa = 9 kcal
1 g de proteína = 4 kcal
1 g de hidratos de carbono = 4 kcal

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

6. Requerimientos de energía según grupo de edad y área geográfica de residencia

Grupo de edad	Edad (años)	Req. energía urbana (kcal)	Req. energía rural (kcal)	Req. energía nacional (kcal)
Adolescentes varones	12	2165	2071	2139
	13	2369	2258	2338
	14	2522	2496	2515
	15	2665	2649	2660
	16	2729	2764	2739
	17	2812	2831	2817
Adolescentes mujeres	12	1903	1873	1894
	13	1961	1979	1966
	14	2006	2038	2015
	15	2046	2072	2053
	16	2067	2096	2075
	17	2072	2113	2083

Fuente: INS (2015).

7. Tabla propuesta para comparar la composición nutricional de la alimentación en un día

La siguiente tabla muestra un ejemplo que te permitirá comparar la cantidad de calorías, proteínas, grasas y carbohidratos que consumes en un día con los valores recomendados. A partir de esta comparación, podrás identificar si tu ingesta es adecuada o si necesitas realizar ajustes en tu alimentación.

Composición nutricional	Debe consumir	Consume	Recomendación
Calorías			
Proteínas			
Grasas			
Carbohidratos			

8. Tabla propuesta para el reajuste de la composición nutricional de los alimentos

Utiliza como referencia el modelo de la tabla del numeral 4 para reajustar tu plan de alimentación. Completa nuevamente los alimentos y cantidades, considerando ahora los valores calóricos, de proteínas, grasas y carbohidratos que te permitan equilibrar tu dieta de manera más adecuada.

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Anexo B: Huertos, futuro verde y saludable

1. Criterios técnicos para la distribución del terreno

Los siguientes criterios técnicos te servirán como guía para organizar la distribución de un huerto de manera funcional, accesible y sostenible. Tenlos en cuenta al momento de definir la forma de las camas de cultivo, planificar los accesos y disponer adecuadamente los puntos de agua.

Aspecto	Orientaciones
Forma del terreno	Se pueden emplear formas regulares (cuadrados, rectángulos, etc.) e irregulares (figuras compuestas), según el espacio disponible.
Forma de las camas de cultivo	Las camas deben ser planas y con formas geométricas simples (rectángulos, cuadrados, trapecios, rombos, círculos) o compuestas.
Accesos y pasadizos	Prevé al menos dos accesos principales. Incluye pasadizos alrededor de cada cama de cultivo, con un ancho entre 80 cm y 1 m, que permitan la circulación y el transporte de materiales.
Ubicación del caño	Coloca un caño por cada 100 m^2 de cultivo. Ubícalos en zonas visibles y de fácil acceso.

2. Formas geométricas creativas en la planificación de huertos

A continuación, se presentan modelos de distribución de huertos con distintas formas geométricas para organizar el terreno de cultivo. Obsérvalos y úsalos como inspiración para elaborar tu propio diseño.



Fuente: Shutterstock (2025).



Fuente: Shutterstock (2019).

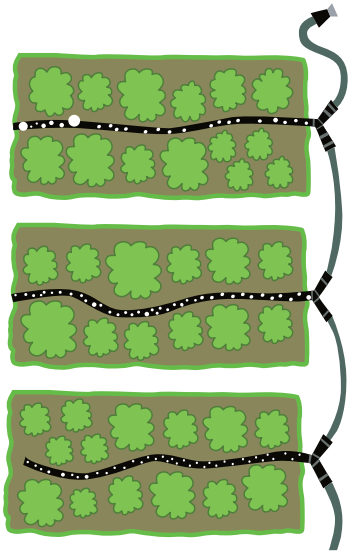


Fuente: Shutterstock (2023).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

3. Modelo referencial de riego por goteo en un huerto

A continuación, se presentan modelos que muestran cómo ubicar el sistema de riego por goteo en un diseño real.

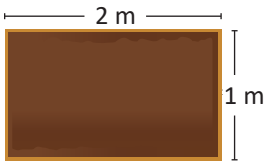




Fuente: Shutterstock (2024).

4. Propuesta de registro de la fracción y el área de terreno destinada al cultivo

La siguiente tabla te permitirá registrar la parte del terreno destinada a cada cultivo, representando su fracción, la forma geométrica del espacio y el área correspondiente en metros cuadrados. Completa la tabla según los cultivos que elijas y verifica cómo se distribuye el terreno.

Tipo de cultivo	Fracción del terreno	Forma geométrica	Área de cultivo (m^2)
Lechuga	$\frac{1}{16}$		2
Zanahoria			
Apio			
Cebolla			

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

5. Distancias de plantación

A continuación, se presentan como ejemplos algunas distancias de plantación basadas en prácticas de cultivos generales.

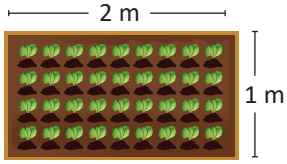
Vegetal	Distancia entre plantas (cm)	Distancia entre hileras (cm)
Lechuga 	20-30	20-30
Repollo 	45-60	50-60
Tomate 	40-60	60-100
Papa 	30-40	60-80
Zanahoria 	5-8	10-15
Apio 	30-40	50-60
Cebolla 	10-15	20-30
Hierbas aromáticas (toronjil, orégano y perejil) 	20-30	40-50

Fuente: INIA-Midagri, FAO (2017).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

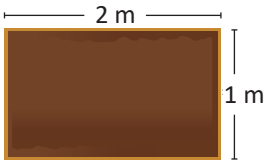
6. Estimación y distribución de plantas por cama de cultivo

La siguiente tabla propuesta te permitirá organizar la información sobre el total de plantas que pueden sembrarse en cada cama de cultivo. Para hacerlo, considera el área destinada, la distancia entre plantas y representa gráficamente su distribución. Finalmente, estima el número total de plantas en cada caso.

Cultivo	Área (m^2)	Distancia entre plantas (cm)	Esquema de distribución de plantas	Total de plantas para el área de cultivo
Lechuga	2	20		36
Zanahoria				
⋮				

7. Propuesta de organización del presupuesto

La siguiente tabla te servirá como guía para organizar un presupuesto básico del huerto. Registra los materiales e insumos que necesitarás, indica la cantidad y la unidad de medida empleada, calcula el costo total a partir del costo unitario y verifica el gasto estimado.

Material/ insumo	Forma geométrica	Cantidad	Unidad de medida	Costo unitario (S/)	Total (S/)
Cerco para cama de cultivo de lechuga		6	metros lineales	12,50	75
Plantones de lechuga		3	docenas	5	15
Accesorios para riego					
Fertilizante					
⋮					
Total					

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Exploramos



Recuerda situaciones similares para resolver estos problemas y alcanzar nuevos aprendizajes.

1. Receta de galletas

Un grupo de estudiantes se organiza para preparar galletas con esta receta:

Receta para 12 galletas caseras



Fuente: Shutterstock (2023).

Ingredientes

- Harina: $\frac{3}{4}$ kg
- Azúcar: $\frac{1}{2}$ kg
- Mantequilla: $\frac{1}{4}$ kg
- Leche: 1 L

Ellos han acordado llevar los ingredientes según lo que tengan en casa.

Susana	$\frac{1}{2}$ kg de harina	$\frac{1}{2}$ L de leche
Marco	$\frac{1}{4}$ kg de harina	$\frac{1}{4}$ kg de azúcar

a. ¿Pueden preparar juntos la misma cantidad de galletas de la receta con esos ingredientes? En caso de que no sea así, ¿qué ingrediente deberían comprar y cuánto?

b. Juan afirma: "Marco colaboró con más kilogramos de harina que Susana, porque $\frac{1}{4}$ es mayor que $\frac{1}{2}$". ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? Justifica tu respuesta usando diversas representaciones.

2. Venta de leche

De un depósito de leche, se extraen para la venta dos botellas de $\frac{3}{4}$ L, luego dos botellas de $1\frac{1}{2}$ L y finalmente una de medio litro.



Fuente: Shutterstock (2018).

a. Si el depósito inicialmente contenía $7\frac{1}{2}$ L de leche, ¿cuánta leche queda ahora? ¿Podría usarse lo que queda para llenar al menos cuatro botellas de $\frac{3}{4}$ L? Justifica tu respuesta.

b. Olga quiere llevar dos botellas de $\frac{3}{4}$ L de leche, pero solo hay botellas de $\frac{1}{4}$ L y $\frac{1}{2}$ L. ¿Qué combinaciones distintas puede comprar para llevar exactamente la cantidad que requiere?

3. Mural ambiental

En una campaña ambiental, los estudiantes de un colegio han proyectado pintar un mural, teniendo en cuenta la siguiente distribución:

- $\frac{2}{7}$ del área para imágenes de la naturaleza.
- $\frac{3}{14}$ del área para mensajes sobre reciclaje.
- El resto para ilustraciones libres.



Fuente: Shutterstock (2025).

a. ¿Qué fracción del mural corresponde a las ilustraciones libres?

b. Si la parte dedicada a imágenes de la naturaleza mide 8 m², ¿en cuántos metros cuadrados supera a la parte destinada a mensajes sobre reciclaje?

4. Venta de frutas

Una vendedora prepara el pedido de una clienta según el detalle de su lista.

Completa la información faltante en la tabla.



Fuente: Shutterstock (2020).

Producto	Masa (kg)	Precio por kg (S/)	Importe (S/)
Sandía	3,25	2,20	
Manzana	1,45	5,40	
Naranja	1,75		3,85
Fresa		6,40	3,20

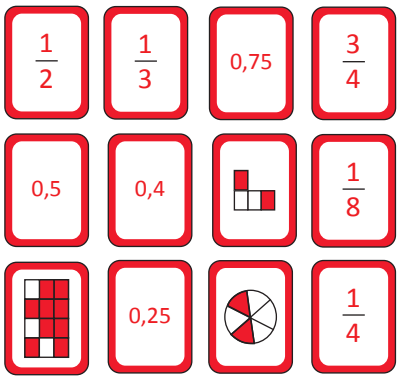
a. ¿Cuál es el importe total que se debe pagar por el pedido?

b. Si la clienta tiene S/20, ¿le sobra o le falta dinero para pagar la compra?

c. ¿Cuántos kilogramos menos de fruta debería comprar si quiere que el dinero le alcance? Explica tu procedimiento.

5. Juego con tarjetas

Un grupo de amigos tienen una serie de tarjetas con diferentes expresiones matemáticas.



a. Propón cómo podrías organizar estas tarjetas en grupos que representen el mismo valor. ¿Por qué elegiste esas tarjetas?

b. Si pudieras incorporar tarjetas, ¿qué otros valores propondrías para tener sus equivalentes? Justifica tu respuesta.

c. ¿Es correcto afirmar que $\frac{2}{3}$ es mayor que $\frac{4}{6}$? Justifica tu respuesta.

6. Ahorro de energía

A continuación, se presenta información sobre el tiempo de vida y el consumo de energía (en kilovatios hora) de tres tipos de focos.



Fuente: Minem (2017).

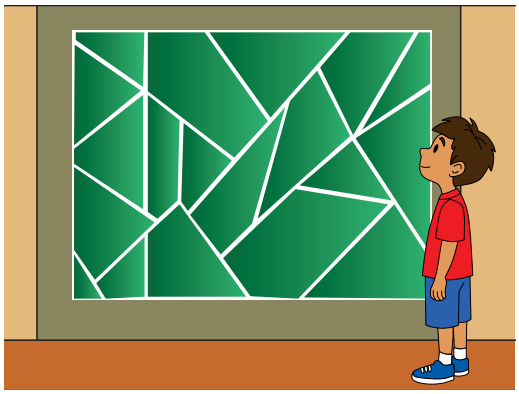
Nota: kilovatios hora es la energía consumida por una potencia de 1 kilovatio durante una hora.

a. Un foco incandescente permanece encendido 6 horas diarias. ¿Cuánto tiempo (expresado en meses y días) durará con esa frecuencia de uso? ¿Cuántos kilovatios consume en un mes? (1 mes = 30 días).

b. Para ahorrar energía, ¿qué tipo de foco es el más conveniente? ¿De cuánto es el ahorro mensual al cambiar un foco incandescente por el elegido? Justifica tu respuesta.

1. Diseños geométricos

Un arquitecto utilizó figuras geométricas para diseñar un fondo de pared, como se muestra en la figura.



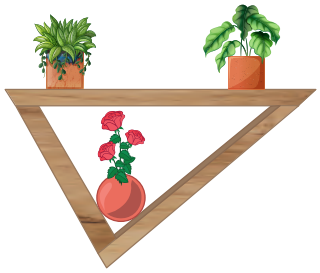
Juan quiere hacer su propio diseño en una pared de 4 m × 2,40 m considerando lo siguiente:

- Debe incluir al menos tres tipos diferentes de cuadriláteros, como por ejemplo: romboides, rombos y trapecios, de modo que el área ocupada por estos sea exactamente la mitad del área de la pared.
- El resto de la pared se debe completar con triángulos de diferentes clases (equiláteros, isósceles y escalenos).

Plantea una propuesta de este diseño y explica de qué manera cumple los criterios planteados.

2. Estante innovador

Un artesano diseña estantes de pared con formas geométricas variadas, como el que se muestra en la figura.



El artesano dispone de cuatro piezas de madera de distintas longitudes, que no puede cortar, para formar estantes triangulares:

Pieza	Longitud (cm)
A	35
B	20
C	25
D	15

a. ¿Cuáles son todos los diseños posibles y las piezas que puede utilizar en cada uno? (Considera una pieza de cada tipo disponible sin repetir).

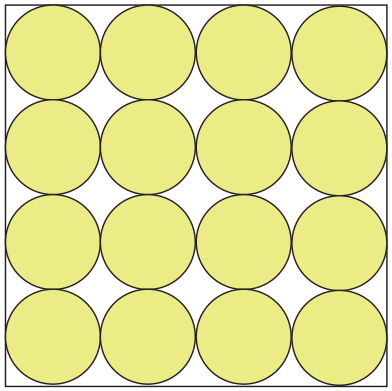
b. ¿Es correcta la siguiente afirmación?: "Con las piezas, todos los diseños posibles tienen forma de triángulo isósceles". Justifica tu respuesta con ejemplos y dibujos.

3. Etiquetas circulares

Un operador de imprenta realiza cortes de etiquetas circulares (todas con la misma medida) en un papel adhesivo de forma cuadrada de 40 cm × 40 cm. Responde:

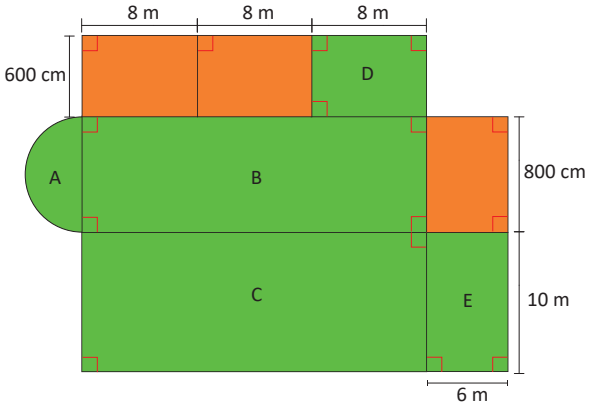
a. ¿Qué área de papel adhesivo sobrará después de los cortes? (Considera la aproximación $\pi \approx 3{,}14$).

b. ¿Estás de acuerdo con la siguiente afirmación?: "El área del material sobrante se duplica o se reduce a la mitad si se duplica o se reduce a la mitad, respectivamente, el radio de las etiquetas". Justifica tu respuesta con ejemplos.



4. Cuidado de áreas verdes

En una escuela, se desea cercar con malla el borde de los sectores A, B, C, D y E (ver imagen). Completa el cuadro para obtener la información que se requiere. (Considera la aproximación $\pi \approx 3{,}14$).



Sector	Largo (m)	Ancho (m)	Perímetro (m)	Área (m^2)
A				
B	24			
C				
D		6		
E			32	

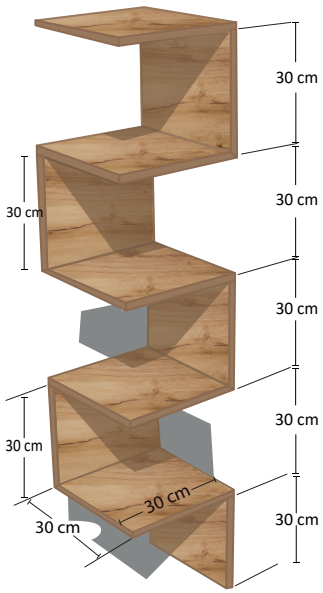
a. ¿Qué cantidad de malla se necesitará en total?

b. ¿Cuál es la medida del área que se cercará?

5. Piezas para un esquinero

A continuación, se muestra información del diseño de un esquinero con piezas cuadradas de madera. Estas piezas se obtienen de placas rectangulares. Observa:

Diseño del esquinero



Dimensiones de las placas rectangulares



Pequeño
122 × 244 cm

Mediano
183 × 244 cm

Grande
214 × 244 cm

a. ¿Qué tipo de plancha de madera debe comprar una persona para que le alcance el material para cuatro esquineros? Considera que se pierde 2 % del área total por cortes y errores respectivamente.

b. Si 1 litro de pintura cubre aproximadamente 10 m^2, ¿cuántos litros se necesitan para aplicar dos capas en todas las piezas? (Considera las caras superior e inferior de las piezas).

Desarrollamos



Explora situaciones, muestra resoluciones, argumenta ideas matemáticas y profundiza en lo aprendido.

Tu propósito de aprendizaje

Representa incrementos sucesivos de masa con adición de decimales, usa estrategias para determinar el resultado con distintas precisiones, comunica ordenadamente el proceso, y argumenta la validez de las propiedades y reglas decimales.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Decide de forma autónoma cómo organizar tus actividades.
- Clasifica correctamente los residuos del aula, separando papel, plástico y orgánicos para facilitar el reciclaje.

Pensamos y actuamos

En el laboratorio, los estudiantes usan una balanza digital que registra incrementos mínimos de masa.
A partir de la masa inicial indicada, completa la tabla sumando el incremento señalado en cada caso.



Fuente: Shutterstock (2020).

1. En un grupo de frascos, se agregan gotas de líquido. Cada gota aumenta la masa en 0,01 g.

Masa inicial (g)	Incremento (g)			
	1.°	2.°	3.°	4.°
14,06	14,07	14,08	14,09	14,10
28,485				
32				

2. En otro grupo de frascos, se adiciona harina en porciones de 0,05 g.

Masa inicial (g)	Incremento (g)			
	1.°	2.°	3.°	4.°
9,17				
1,286				
3,5				

3. En otros casos, se adicionan sustancias con incrementos de 0,025 g.

Masa inicial (g)	Incremento (g)			
	1.°	2.°	3.°	4.°
2,06				
3,008				
41,249				

4. Para casos específicos, se agregan porciones de un compuesto sintético de 0,0056 g.

Masa inicial (g)	Incremento (g)			
	1.°	2.°	3.°	4.°
3,08				
34,995				
65				

¿Qué construimos?

En un aula, cuatro estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
Todos los números decimales tienen una única forma de escribirse con la coma decimal.	Para la adición, todos los números decimales deben alinearse correctamente por la coma decimal.
Estudiante 3	**Estudiante 4**
En una adición, si se cambia el orden de los sumandos, el resultado también cambia.	Al realizar 3,25 + 1,8 se obtiene como resultado 3,43.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **Carlos se prepara para un viaje. La aerolínea permite un equipaje máximo de 23,00 kg (incluida la maleta). La maleta vacía pesa 3,50 kg. Antes de cerrarla, Carlos anota la masa de los objetos que llevará (ver tabla).**



Fuente: Shutterstock (2022).

Objeto	Masa (kg)
Ropa y calzado	12,85
Laptop y cargadores	2,45
Libros	4,20
Artículos de aseo	1,35
Suvenires y regalos	2,60

   a. ¿El equipaje total de Carlos (maleta + objetos) supera los 23,00 kg?

   b. Si necesita ajustar el equipaje, ¿qué combinación de artículos podría retirar para no superar los 23,00 kg, manteniendo los más necesarios?

   c. ¿Cuál sería la masa total del equipaje si retira solo los libros? ¿Y si retira solo los regalos?

2. **Lucía irá al mercado para comprar 1 kg de tomate, 1 unidad de lechuga, 1 kg de zanahoria y 1 kg de palta. Tiene S/20,00 y duda entre comprar en el puesto A o en el puesto B. Analiza los precios mostrados en la tabla y determina en qué puesto gastará menos y cuánto dinero le quedará.**



Fuente: Shutterstock (2024).

Producto	Puesto A	Puesto B
Tomate (kg)	S/3,80	S/4,00
Lechuga (unidad)	S/2,50	S/2,30
Zanahoria (kg)	S/2,90	S/3,10
Palta (kg)	S/6,80	S/6,50

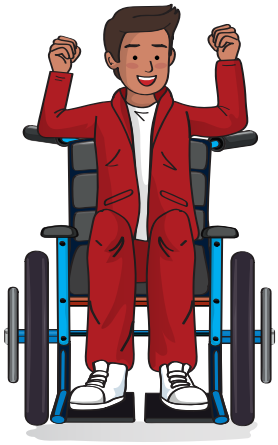
Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre datos y las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones decimales.
- Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con expresiones decimales en diversas situaciones.
- Emplea procedimientos por columnas para calcular con exactitud masas totales en incrementos sucesivos de números decimales.
- Argumenta la validez de afirmaciones sobre propiedades y representación de decimales, ejemplificando para confirmar o refutar ideas.

Tu propósito de aprendizaje

Modela situaciones de adición de fracciones con distinto denominador, usa estrategias basadas en el mínimo común múltiplo para obtener fracciones equivalentes, comunica el proceso y resultado de forma gráfica y simbólica, y argumenta la necesidad de homogeneizarlas.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.

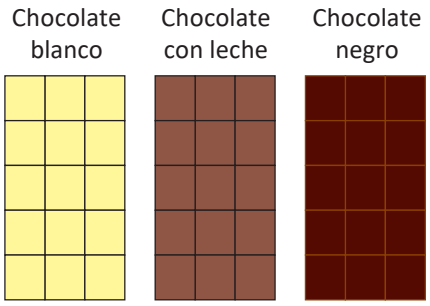


Practica valores

- Dialoga con tus compañeros para resolver desacuerdos y escucha con atención.
- Reduce el uso de materiales desechables, reutilizando cuadernos, hojas y envases cuando sea posible durante las actividades del aula.

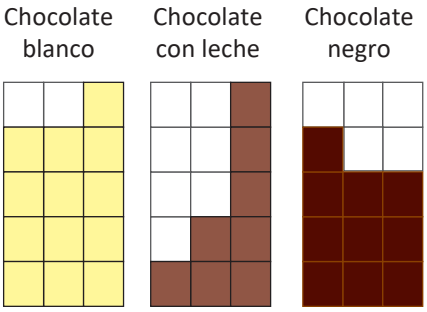
Pensamos y actuamos

En una fiesta, Omar recibió tabletas de tres tipos de chocolates (blanco, con leche y negro). Todas las tabletas tienen el mismo tamaño y masa, y cada una está dividida en partes iguales, como se muestra en la figura. Omar decidió comer cantidades distintas de cada tipo durante la fiesta.



1. **¿En cuántas partes está dividida cada tableta de chocolate?**

2. **Observa y pinta las partes que comió Omar, y escribe la fracción correspondiente a cada tableta.**



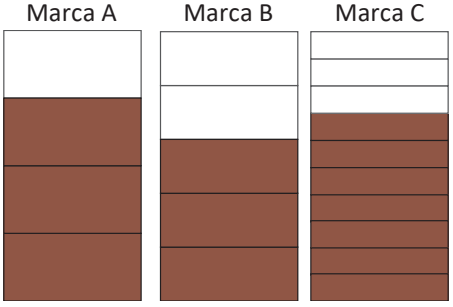
   a. Chocolate blanco: _____
   b. Chocolate con leche: _____
   c. Chocolate negro: _____

3. **¿Cuánto chocolate comió Omar en total?**

   En fracción es _____.

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

4. **En la imagen, cada tableta de chocolate está dividida en partes iguales según su marca. La parte en blanco representa la cantidad que Adela comió de cada tableta.**



   a. Escribe la fracción que representa la cantidad de chocolate que comió Adela de cada marca.
      - Comió _____ de la tableta de la marca A.
      - De la marca B, comió _____ de la tableta.
      - Comió _____ de la tableta de la marca C.

   b. Si lo consumido es equivalente a una parte de una sola tableta, ¿qué fracción de tableta comió Adela en total?

Debemos sumar las fracciones $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{10}$.	El m. c. m. de los denominadores 4; 5 y 10 es ____.	$\frac{1}{4}=\frac{\square}{\square}$ $\frac{2}{5}=\frac{\square}{\square}$ $\frac{3}{10}=\frac{\square}{\square}$

Sumamos las fracciones homogeneizadas:

$$\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$$

Adela comió _____.

¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
Para sumar fracciones con diferente denominador, primero se deben convertir en fracciones equivalentes con el mismo denominador; luego, sumarlas correctamente.	A veces se pueden sumar fracciones con diferente denominador sin hacer ningún cambio, porque no es necesario que tengan el mismo denominador.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

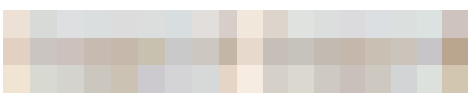
Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre datos y las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias.
- Expresa su comprensión de los procesos de adición utilizando la notación de fracciones equivalentes.
- Emplea la estrategia de buscar el mínimo común múltiplo para convertir las fracciones heterogéneas en fracciones equivalentes y homogéneas, y realizar las operaciones con fracciones.
- Argumenta la necesidad de igualar denominadores para realizar la adición de fracciones utilizando ejemplos.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **En una fiesta, a Romina le ofrecieron chocolates de dos marcas del mismo tamaño. Marca A está dividida en 4 partes iguales y Marca B en 5 partes iguales. Primero comió $\frac{1}{4}$ de la tableta Marca A. Más tarde le ofrecieron $\frac{2}{5}$ de la tableta Marca B. Como las tabletas tienen el mismo tamaño, Romina decidió comer de la tableta Marca B solo la diferencia, es decir, la cantidad que falta para que el total consumido sea igual a $\frac{2}{5}$ de una tableta estándar.**



Fuente: Shutterstock (2011).

   a. ¿Cuánto comió de la tableta Marca B?

   b. ¿Cuánto chocolate comió en total, expresado como fracción de una tableta? Explica tu procedimiento.

2. **En un taller de arte, Camila mezcla $\frac{3}{8}$ L de pintura roja, $\frac{2}{5}$ L de pintura azul y $\frac{5}{12}$ L de pintura amarilla. ¿Cuántos litros de pintura mezcló en total? Si el recipiente es de 2 L, ¿qué fracción de su capacidad ocupa la mezcla?**



Fuente: Shutterstock (2010).

Tu propósito de aprendizaje

Modela la condición de existencia de un triángulo mediante la experimentación con longitudes dadas, comunica la relación de desigualdad triangular, usa la adición para verificar si tres longitudes forman la figura, y argumenta la validez de la regla que lo determina.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Construye acuerdos grupales asumiendo responsabilidades de manera justa.
- Participa con tu propia voz en las actividades, argumentando tus ideas con respeto.

Pensamos y actuamos

Un grupo de estudiantes preparan una maqueta para una feria escolar y deciden formar triángulos con palitos de diferentes longitudes.



Fuente: @Flor Vallejo (2025).

1. **Elabora tiras de papel o cartón delgado, o usa palitos de madera de las siguientes medidas:**

   a. **Grupo A:** 5 cm; 9 cm; 5 cm
   b. **Grupo B:** 6 cm; 1 cm; 4 cm
   c. **Grupo C:** 8 cm; 3 cm; 6 cm
   d. **Grupo D:** 10 cm; 6 cm; 4 cm

2. **Une los palitos de cada grupo para intentar formar un triángulo (coloca extremo con extremo). Luego, completa la tabla indicando si es posible formarlo o no.**

Grupo	Lado 1 (cm)	Lado 2 (cm)	Lado 3 (cm)	¿Se forma un triángulo?	Dibujo de la figura que se forma
A					
B					
C					
D					

   a. ¿Con qué grupos logras formar un triángulo?
   b. ¿Con qué grupos no puedes formar un triángulo?
   c. ¿Qué pasa cuando un lado es muy largo en comparación con los otros dos?

3. **Propón otras medidas de longitud para los palitos y completa la tabla. Luego, responde las preguntas.**

Lado 1 (cm)	Lado 2 (cm)	Lado 3 (cm)	¿La suma de los dos lados de menor longitud es mayor que el lado de mayor longitud?	¿Se forma un triángulo?

   a. ¿Qué tienen en común las longitudes de los grupos que sí forman triángulos?
   b. Si sumamos las longitudes de dos lados y el resultado es igual o menor que la longitud del tercero, ¿qué sucede?
   c. ¿Qué condiciones deben cumplirse entre las medidas de tres lados para que formen un triángulo?

4. **Determina otros dos grupos de palitos cuyas longitudes permitan formar triángulos.**

¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
Siempre que la suma de las medidas de dos lados sea mayor que la medida del tercer lado, se puede formar un triángulo.	A veces no se puede formar un triángulo, aunque los tres lados tengan longitudes distintas.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre las características medibles de objetos bidimensionales.
- Expresa la desigualdad triangular como la condición necesaria para formar un triángulo.
- Emplea la adición y comparación para verificar si tres longitudes permiten construir un triángulo.
- Argumenta la validez de afirmaciones usando ejemplos numéricos que confirman o contradicen la desigualdad triangular.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **Martina tiene cuatro palitos con estas medidas: 4,1 cm; 4,1 cm; 5,2 cm y 8,2 cm.**

   a. Elige tres palitos a la vez y verifica, usando la desigualdad triangular (suma de los dos lados menores > el lado mayor), si se puede formar un triángulo.

   b. ¿Cuántas selecciones diferentes de tres palitos forman un triángulo?

   c. Entre los triángulos que sí se forman, ¿cuántos tipos distintos (isósceles o escalenos) hay? Explica.

2. **Tres amigos quieren delimitar un terreno que tiene forma triangular para construir un jardín; para ello, cuentan con cuerdas de 5 metros, 8 metros y 14 metros. ¿Es posible formar el triángulo sin cortar ni estirar las cuerdas? Si una sola cuerda (cualquiera de las tres) fuera ajustable, manteniendo fijas las otras dos, ¿entre qué longitudes debería estar para que siempre se pueda formar un triángulo? Explica el procedimiento que seguiste.**

3. **Silvia quiere construir un marco triangular con varillas de madera para colgarlo en la pared. Cuenta con dos varillas, una de 7 cm y otra de 10 cm, y desea que el perímetro del triángulo sea 24 cm. ¿Qué longitud debe tener la tercera varilla para cumplir esa condición y formar un triángulo?**

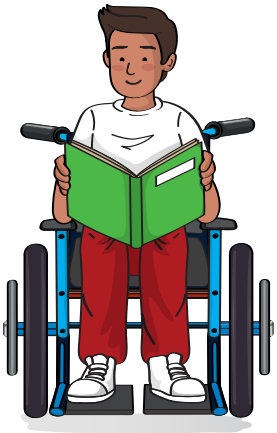


Fuente: Shutterstock (2013).

Tu propósito de aprendizaje

Modela figuras bidimensionales en una cuadrícula para determinar perímetro y área, comunica las que cumplen condiciones de equivalencia (mismo perímetro o área), usa conteo y cálculo para comparar variaciones ante cambios en la forma o tamaño, y argumenta su relación.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Participa en campañas escolares para proteger áreas verdes y especies de tu comunidad.
- Expresa tus opiniones con respeto y acepta las diferencias de pensamiento.

Pensamos y actuamos

Durante una feria escolar de matemática, los estudiantes elaboran una cuadrícula en la que cada cuadradito tiene un lado de una unidad (1 u) de longitud, y dibujan diversas figuras geométricas en ella.



1. **Dibuja al menos dos figuras distintas en la cuadrícula. Para cada figura:**

   - Recorre su contorno y cuenta los lados de 1 u; esa es la medida de su perímetro.
   - Cuenta cuántos cuadrados completos hay dentro de la figura; esa es la medida de su área.

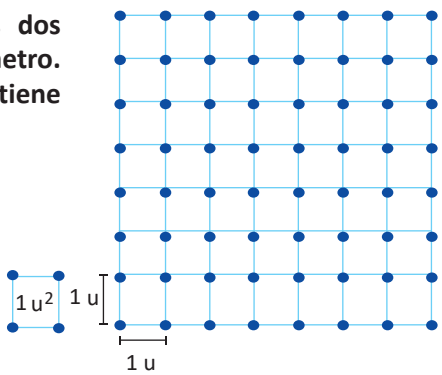
   Luego, responde:

   a. ¿Qué semejanzas y diferencias encuentras entre su perímetro y su área?

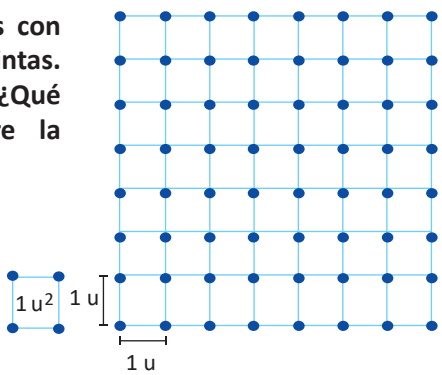
   b. ¿Qué pasa con el perímetro cuando la figura aumenta de área? ¿Siempre crece de la misma manera?

   c. ¿Puedes encontrar una figura con perímetro grande, pero con área pequeña?

2. **Dibuja en tu cuaderno al menos dos figuras diferentes con igual perímetro. ¿Ocupan la misma superficie? ¿Cuál tiene mayor área?**



3. **Dibuja en tu cuaderno tres figuras con igual área, pero con formas distintas. ¿Cuál tiene el menor perímetro? ¿Qué conclusión puedes obtener sobre la forma de las figuras?**



4. **Dibuja por lo menos dos figuras que tengan el mismo perímetro y la misma área.**

5. **Dibuja por lo menos dos figuras cuya área sea igual a su perímetro.**

¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
Dos figuras pueden tener el mismo perímetro, pero diferente área.	Si dos figuras tienen igual área, entonces también tienen igual perímetro.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre las características de las figuras geométricas en una cuadrícula.
- Expresa su comprensión de la relación entre perímetro y área según sus características.
- Emplea el conteo de lados y cuadrados unitarios para calcular el perímetro o área, analizando variaciones al duplicar las dimensiones.
- Argumenta la independencia entre perímetro y área, mostrando que pueden coincidir en uno y diferir en otro.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **Dibuja en una cuadrícula tres rectángulos distintos que tengan:**
   - un área de 12 unidades cuadradas
   - bases de medidas diferentes

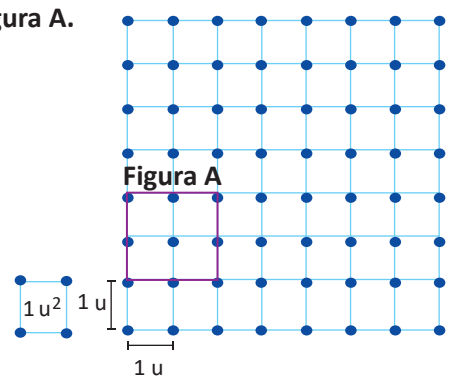
   Luego, responde:

   a. ¿Cómo varía la medida de la altura si cambias la medida de la base y mantienes el área?

   b. ¿Cómo cambia el perímetro en cada caso?

   c. ¿Cuál de tus rectángulos tiene menor perímetro?

2. **Dibuja la figura que se obtiene al duplicar las medidas de la figura A.**



¿Cuál es el perímetro de cada figura? ¿Cómo varía el perímetro de la figura A?

FORMALIZAMOS



Reconoce patrones en los ejemplos y reflexiona en grupo para dar sentido a las ideas matemáticas en tus desafíos.

FRACCIONES HETEROGÉNEAS

Concepto de fracción heterogénea

Situación: Cortes diferentes en un mismo tablón



Dos carpinteros adquirieron tablones de madera del mismo largo para sus proyectos personales. Cada uno cortó su tablón en partes iguales, pero de manera distinta:

- Gildo dividió su tablón en 3 partes iguales y usó 1 de ellas.
- Roger dividió su tablón en 4 partes iguales y usó 3 de ellas.

¿Qué fracción de un tablón representa lo que empleó cada carpintero? ¿Por qué las fracciones tienen distinto denominador?

Tablón de Gildo:



Usa → $\frac{1}{3}$ Queda → $\frac{2}{3}$

Tablón de Roger:



Usa → $\frac{3}{4}$ Queda → $\frac{1}{4}$

Gildo usó $\frac{1}{3}$ de un tablón y Roger usó $\frac{3}{4}$ de un tablón.

Los denominadores son diferentes porque la unidad (o el todo) no se ha dividido en la misma cantidad de partes.

El análisis previo muestra que dos **fracciones son heterogéneas** si tienen diferente denominador, es decir, el todo se ha dividido en un número diferente de partes.

Ejemplo:



→ $\frac{1}{5}$



→ $\frac{1}{2}$

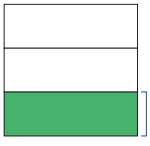
$\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{2}$ son fracciones heterogéneas, porque los denominadores 5 y 2 son diferentes.

Situación: Pintado de pared

Víctor pintó $\frac{1}{3}$ de una pared y Daniel los $\frac{3}{9}$.

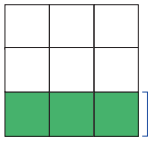
Maribel afirma: "Daniel pintó más porque la fracción pintada tiene mayor denominador". ¿Estás de acuerdo con ella? Justifica tu respuesta.

Víctor



$\frac{1}{3}$

Daniel



$\frac{3}{9}$

$\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{9}$ tienen distintos valores en el denominador y numerador, pero representan la misma cantidad.

¿Sabías que...?

Las fracciones surgieron en las sociedades antiguas por la necesidad de dividir bienes, tierras y cantidades en partes iguales. Los egipcios fueron quienes usaron por primera vez las fracciones.

Recuerda

Una fracción es una expresión de la forma $\frac{a}{b}$, donde $a, b \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$.

Se llama **numerador** e indica cuántas partes iguales de la unidad dividida han sido tomadas.

$\frac{a}{b}$

Se llama **denominador** e indica en cuántas partes iguales se ha dividido la unidad entera.

Practica valores

- Respeta los biohuertos escolares siguiendo las normas de cuidado y conservando las plantas.
- Asume con responsabilidad tareas compartidas durante proyectos grupales.

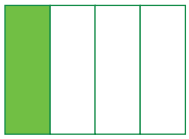
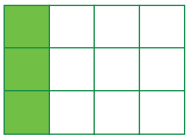
Homogeneización de fracciones heterogéneas

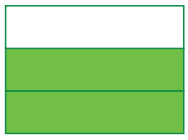
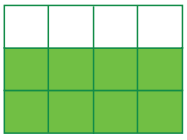
Situación: Preparación de un pastel

Dos amigos reúnen la harina necesaria para preparar un pastel. Gerardo lleva $\frac{2}{3}$ de kilogramo y Juliana lleva $\frac{1}{4}$ de kilogramo. ¿Qué cantidad de harina tienen entre los dos?



Representamos gráficamente las cantidades y buscamos expresarlas en fracciones equivalentes:

$\frac{1}{4}$  es equivalente a $\frac{3}{12}$ 

$\frac{2}{3}$  es equivalente a $\frac{8}{12}$ 

Obtenemos la suma de las fracciones equivalentes con igual denominador:

$\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{11}{12}$. Por lo tanto, entre ambos tienen $\frac{11}{12}$ kg de harina.

De lo observado en la situación inicial, se concluye que la **homogeneización de fracciones** es el proceso de representar fracciones con diferentes denominadores (heterogéneas) como fracciones con el mismo denominador (homogéneas). Esto permite la comparación, adición y sustracción de fracciones, ya que se opera con partes iguales de la unidad. Para homogeneizar fracciones, se realizan los siguientes procesos:

Determina el mínimo común múltiplo (m. c. m.) de los denominadores de las fracciones que se quieren homogeneizar.

Dadas las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{4}$, hallamos el m. c. m. de 3 y 4:

3	4	2
3	2	2
3	1	3
1		

m. c. m. (3; 4) = 2 × 2 × 3 = 12

Obtén las fracciones equivalentes con denominador igual al m. c. m. Para obtener 12 en el denominador, se multiplica la primera fracción por 4 (en el numerador y el denominador) y la segunda fracción por 3.

$\frac{1}{3}\overset{\times 4}{=}\frac{4}{12}$ $\qquad$ $\frac{3}{4}\overset{\times 3}{=}\frac{9}{12}$

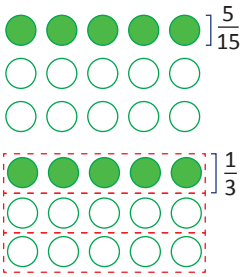
Ten en cuenta

Si dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes entonces $a \times d = b \times c$, donde $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, con $b \neq 0$ y $d \neq 0$.

Por ejemplo: $\frac{5}{15}$ es equivalente a $\frac{1}{3}$, pues se cumple que:

$5 \times 3 = 15 \times 1$
$15 = 15$

Representación gráfica



Recuerda

Para la adición y sustracción de fracciones con igual denominador, solo se adicionan o sustraen los numeradores y se mantiene el denominador.

Por ejemplo:

$$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{3+4}{5}=\frac{7}{5}$$

Reto matemático

Para la adición $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$, puedes usar 18 o 6 como denominador común. ¿Cuál elegirías? Explica tu elección.

Ten en cuenta

La pulgada (") es una unidad de longitud del sistema inglés que equivale a 2,54 cm.

Recuerda

Para comparar fracciones, puedes usar el producto cruzado.

Por ejemplo, para comparar

$$\frac{2}{3} \text{ y } \frac{3}{5}$$

se multiplica en aspa:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$$

$5 \times 2 = 10$ y $3 \times 3 = 9$

Como $10 > 9$, se tiene que

$$\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$$

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones de comparar e igualar cantidades y las transforma a expresiones fraccionarias.
- Representa fracciones de forma gráfica y simbólica, y ubica las fracciones en la recta numérica para establecer su orden.
- Emplea el mínimo común múltiplo para obtener un denominador común.
- Justifica la necesidad de homogeneizar fracciones para realizar operaciones de adición y sustracción, y evalúa afirmaciones sobre equivalencia y orden.

Relación de orden y comparación entre fracciones

Situación: Reposición de etiquetas

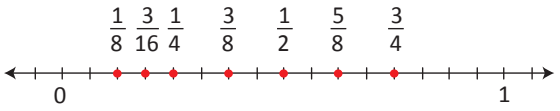
Del estante de una ferretería, se cayeron las etiquetas que indican el diámetro de los pernos. Las medidas (en fracción de pulgadas) contenidas en las etiquetas encontradas son las siguientes: $\frac{1}{4}$"; $\frac{3}{16}$"; $\frac{3}{8}$"; $\frac{3}{4}$"; $\frac{1}{2}$"; $\frac{1}{8}$"; $\frac{5}{8}$".



Fuente: Shutterstock (2022).

Ordénalas de mayor a menor para reponer las etiquetas.

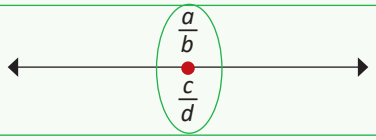
Construimos una recta numérica y ubicamos cada fracción:



El orden de mayor a menor tamaño de los pernos corresponde a las fracciones ubicadas de derecha a izquierda.

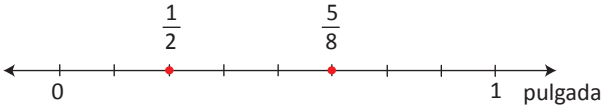
Simbólicamente: $\frac{3}{4} > \frac{5}{8} > \frac{1}{2} > \frac{3}{8} > \frac{1}{4} > \frac{3}{16} > \frac{1}{8}$

Como se aprecia en la situación anterior, dadas dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, donde b y d son diferentes de cero, se verifican las siguientes relaciones de orden:

Representación en la recta	Relación de orden
	$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, porque $\frac{a}{b}$ está a la izquierda de $\frac{c}{d}$ en la recta numérica.
	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, porque les corresponde el mismo punto en la recta numérica.
	$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, porque $\frac{a}{b}$ está a la derecha de $\frac{c}{d}$ en la recta numérica.

Situación: Orden de las medidas de las tuercas

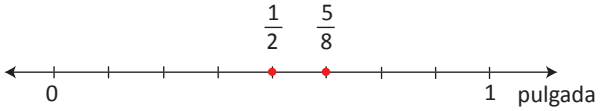
¿Es correcto el orden visual en la recta respecto a los diámetros internos de las tuercas?





Fuente: Shutterstock (2022).

La ubicación en la recta numérica no es correcta para la fracción $\frac{1}{2}$. Entonces, la ubicación correcta es la siguiente:



OPERACIONES CON FRACCIONES HETEROGÉNEAS

Adición y sustracción de fracciones heterogéneas

Situación: Insumos en un restaurante

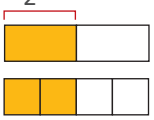
En un restaurante, el sábado tenían $\frac{1}{2}$ litro de aceite y luego compraron $\frac{3}{4}$ de litro más. Si ese día se usó 1 litro, ¿cuánto aceite quedó para el domingo?



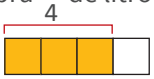
Fuente: Shutterstock (2020).

Representamos gráficamente:

Había $\frac{1}{2}$ litro de aceite



Se compra $\frac{3}{4}$ de litro de aceite



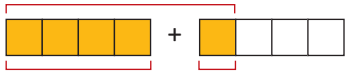
Total de aceite disponible:



$\frac{5}{4}$ L

Calculamos el aceite que queda para el domingo:

Total de aceite



1 L — $\frac{1}{4}$ L

Aceite utilizado — **Aceite que queda**

Para el domingo queda $\frac{1}{4}$ L de aceite.

De acuerdo con lo analizado, para la **adición y sustracción de fracciones heterogéneas**, es necesario obtener las fracciones equivalentes homogéneas y luego operar los numeradores.

Ejemplo: $\frac{3}{4} - \frac{1}{5}$

Tenemos que m. c. m. (4; 5) = 20.

Determinamos fracciones equivalentes con denominador 20.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{4}{20}$$

Finalmente, reemplazamos y operamos: $\frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{15}{20} - \frac{4}{20} = \frac{11}{20}$

¿Sabías que...?

Las operaciones con fracciones heterogéneas facilitan ajustar raciones de comida o nutrientes según edad o peso. Con estos cálculos, se promueve una alimentación equilibrada y sostenible, evitando excesos o deficiencias nutricionales.

Recuerda

El m. c. m. de dos o más números es el menor múltiplo común positivo de dichos números.

Ejemplo:

m. c. m. (12; 18; 30) = 180

12	18	30	2
6	9	15	3
2	3	5	2
1	3	5	3
1	1	5	5
1	1	1	

$\Rightarrow 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5 = 180$

Practica valores

- Participa en campañas para mejorar el entorno escolar, como la limpieza de patios.
- Llega a acuerdos en trabajos grupales mediante el diálogo.

Ten en cuenta

El orden de los sumandos no altera el resultado.

Ejemplo:

$\frac{4}{5}+\frac{2}{3}=\frac{12}{15}+\frac{10}{15}=\frac{22}{15}$

Cambiando el orden:

$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{10}{15}+\frac{12}{15}=\frac{22}{15}$

Resultado final:

$\frac{22}{15}=1\frac{7}{15}$

El elemento neutro de la adición y la sustracción es el 0, porque, al aumentar o disminuir el cero de una fracción, no varía su valor inicial.

Adición:

$\frac{5}{9}+0=\frac{5}{9}$

Sustracción:

$\frac{3}{4}-0=\frac{3}{4}$

Propiedades de la adición

Sean $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{Z}$.

Propiedad	Representación simbólica	Ejemplo
Clausura	$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$; b, d y $f \neq 0$	$\frac{5}{4}+\frac{2}{3}=\frac{23}{12}$
Conmutativa	$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$; b y $d \neq 0$	$\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$
Elemento neutro	$\frac{a}{b}+0=\frac{a}{b}$; $b \neq 0$ El cero es el elemento neutro aditivo	$\frac{8}{5}+0=\frac{8}{5}$ $\left(-\frac{4}{7}\right)+0=0+\left(-\frac{4}{7}\right)=-\frac{4}{7}$
Inverso aditivo	$\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=0$; $b \neq 0$	$\frac{12}{7}+\left(-\frac{12}{7}\right)=0$
Asociativa	$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$; b, d y $f \neq 0$	$\frac{3}{5}+\left(\frac{1}{4}+\frac{4}{3}\right)=\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{4}\right)+\frac{4}{3}$ $\frac{3}{5}+\left(\frac{19}{12}\right)=\left(\frac{17}{20}\right)+\frac{4}{3}$ $\frac{131}{60}=\frac{131}{60}$

Situación: Mezcla de sabores para un refrescante jugo



Carlos tiene $\frac{3}{4}$ de litro de jugo de naranja en una jarra y $\frac{1}{2}$ litro de jugo de piña en otra jarra. Además, tiene $\frac{1}{8}$ de litro de jugo de maracuyá en otra jarra. Carlos pensó: "Para saber cuánto jugo hay, tengo que sumar los numeradores: 3 + 1 + 1 = 5. Entonces, tengo $\frac{5}{8}$ de litro de jugo en total". ¿Es correcta su afirmación? Justifica tu respuesta.

Adicionamos las cantidades de jugo que hay en las jarras:

- $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$
- $\frac{3\times 2}{4\times 2}=\frac{6}{8}$ $\qquad$ $\frac{1\times 4}{2\times 4}=\frac{4}{8}$ (Homogeneizamos a denominador 8)
- $\frac{6}{8}+\frac{4}{8}+\frac{1}{8}=\frac{6+4+1}{8}=\frac{11}{8}$ L (Sumamos las fracciones homogéneas)

Por consiguiente, la afirmación es falsa, ya que la cantidad total de jugo es $\frac{11}{8}$ L.

Reto matemático

Se afirma que, si dos fracciones tienen denominadores diferentes, el mínimo común múltiplo siempre es el producto de los denominadores.

¿Es correcta esta afirmación? Justifica tu respuesta.

Multiplicación de fracciones heterogéneas

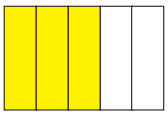
Situación: Corte de tela

La costurera Ana necesita usar los $\frac{3}{5}$ de un rollo de tela para hacer manteles. Hoy usó $\frac{1}{2}$ de la cantidad que necesita. ¿Qué parte del rollo de tela logró cortar hoy?



Fuente: Shutterstock (2024).

- Ana necesita cortar $\frac{3}{5}$ del rollo de tela. Representamos mediante un gráfico.



$\frac{3}{5}$

- Hoy logra cortar $\frac{1}{2}$ de esa cantidad.



Hoy logró cortar $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{5}$.

- Entonces, corta $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{1 \times 3}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$.



Logra cortar $\frac{3}{10}$ del rollo de tela.

Por tanto, Ana logró cortar hoy $\frac{3}{10}$ de la tela.

Tal como se vio en la situación anterior, para **multiplicar fracciones**, se multiplican sus numeradores entre sí y sus denominadores entre sí.

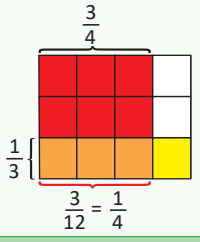
Simbólicamente:

Dadas las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, donde $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ y $d \neq 0$, se cumple:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{3 \times 4} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{12}} = \frac{1}{4}$$



Situación: Uso de fertilizante

En un vivero, cada regadera debe llevar $\frac{3}{4}$ L de fertilizante. Hoy, Diana no usó la regadera completa, sino solo $\frac{2}{3}$ de la regadera. Ella afirma que usó $\frac{8}{9}$ L de fertilizante. ¿Es correcto lo que dice? Justifica tu respuesta.

Cantidad de fertilizante que usó Diana: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

Por tanto, afirmar que Diana usó $\frac{8}{9}$ L de fertilizante es incorrecto.

Recuerda

Antes de multiplicar números fraccionarios, conviene simplificarlos.

Ejemplo:

$$\frac{8}{15} \times \frac{5}{12}$$

$$\frac{\cancel{(4)}(2)}{(3)\cancel{(5)}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{(4)}(3)}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

Ten en cuenta

Propiedades de la multiplicación en $\mathbb{Q}$

$\forall\, a, b$ y $c \in \mathbb{Q}$

Clausura	$a \cdot b \in \mathbb{Q}$
Conmutativa	$a \cdot b = b \cdot a$
Asociativa	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Elemento neutro	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ 1 es el elemento neutro multiplicativo
Distributiva	$a(b \pm c) = ab \pm ac$

Reto matemático

Se afirma que el producto de dos fracciones siempre es mayor que cada una de las fracciones que se multiplican.
¿Estás de acuerdo?
Justifica con ejemplos.

Ten en cuenta

Al dividir dos fracciones, puedes aplicar la regla de medios y extremos.

Ejemplo:

$$\frac{3}{8} \div \frac{2}{5} = \times \left| \times \frac{\frac{3}{8}}{\frac{2}{5}} = \frac{3 \times 5}{8 \times 2} = \frac{15}{16} \right.$$

División de fracciones heterogéneas

Situación: Reparto de refresco

Marisol organiza un paseo escolar y lleva 7 litros y medio de refresco para repartir entre los estudiantes. Si cada estudiante debe recibir $\frac{3}{4}$ L de refresco, ¿para cuántos estudiantes alcanzará la bebida?



Primero, expresamos la cantidad total de refresco en forma de fracción impropia:

$7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$

Ahora dividimos la cantidad total de refresco entre la cantidad que debe recibir cada estudiante: $\frac{15}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{15}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{60}{6} = 10$

Por lo tanto, el refresco alcanzará exactamente para 10 estudiantes.

Como se aprecia en la situación inicial, para **dividir dos fracciones**, se multiplica el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor. En general, se cumple lo siguiente:

Dadas las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, donde $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$; $b, d, c \neq 0$, se cumple:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplo: $\frac{2}{3} \div 2 = \frac{2}{3} \div \frac{2}{1} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Situación: Botellas de aceite

Margarita desea verter el contenido de un bidón de 12 de litros de aceite en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. Ella afirma que podrá llenar 9 botellas en total. ¿Estás de acuerdo con su afirmación? Justifica tu respuesta.

Para determinar el número de botellas que se van a llenar, dividimos el número de litros del bidón entre el número de litros de cada botella.

N.° de botellas $= 12 \div \frac{3}{4} = \frac{12}{1} \times \frac{4}{3}$

N.° de botellas $= \frac{12 \times 4}{1 \times 3} = 16$

Por lo tanto, la afirmación de Margarita es incorrecta; en total se pueden llenar 16 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro.

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre datos y las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias.
- Expresa con representación gráfica y lenguaje numérico su comprensión de las operaciones con fracciones.
- Emplea procedimientos de homogeneización (usando el m. c. m.) para la adición y sustracción de fracciones heterogéneas para determinar el resultado correcto de las operaciones.
- Argumenta propiedades de las operaciones y justifica la validez o error de afirmaciones sobre resultados, corrigiendo con ejemplos.

OPERACIONES CON DECIMALES

Adición y sustracción con decimales hasta la milésima

Situación: Compras en el mercado

Almendra y su hija fueron al mercado. Almendra cargó las bolsas de las carnes y su hija otra bolsa con el resto de las compras. ¿Cuántos kilogramos llevó cada una? ¿Cuánto más cargó Almendra que su hija?

1,750 kg de carne de res
3,5 kg de papa
2,350 kg de pollo
0,250 kg de limón
150 g de canela
0,500 kg de tocino

Debemos hallar lo que lleva cada una; para ello, ordenamos las cantidades en una misma columna:

Productos que llevó Almendra (solo carnes)		Productos que llevó su hija (el resto)	
Res	1,750	Papa	3,5
Pollo	2,350	Canela	0,150
Tocino	0,500	Limón	0,250
Total	4,600 kg	Total	3,900 kg

Entonces, Almendra lleva 4,6 kg y su hija 3,9 kg.

Para conocer cuánto más lleva Almendra que su hija, realizamos la diferencia de las masas:

$$\begin{array}{r} 4{,}600 \\ -\ 3{,}900 \\ \hline 0{,}700 \end{array}$$

Por tanto, Almendra lleva 0,7 kg más que su hija.

A partir de lo analizado en la situación inicial, la **adición y la sustracción con decimales hasta la milésima** son operaciones que incluyen números con tres cifras después de la coma decimal. Para realizarlas, se debe:

- Alinear verticalmente los números por la coma decimal.
- Agregar ceros a la derecha si es necesario para que ambos números tengan la misma cantidad de cifras decimales (por ejemplo: 26,9 ⇒ 26,90).
- Realizar la adición o la sustracción como si fueran números naturales, respetando la posición de cada cifra.
- Colocar la coma decimal en el resultado, alineada con los que se suman o restan.

Propiedades de la adición de números decimales	
Conmutativa	El orden de los sumandos no altera el resultado.
Asociativa	Al sumar tres o más sumandos, el orden de agrupación no cambia la suma.
Elemento neutro	La suma de un número decimal con 0 es igual al mismo número.

Nota: En la sustracción no se cumplen las propiedades conmutativa ni asociativa; el elemento neutro es 0 a la derecha: $a - 0 = a$.

¿Sabías que...?

Los **números decimales** permiten expresar cantidades con mayor precisión, como precios, medidas o temperaturas.

Recuerda

Forma general de un número decimal

Parte entera

0,729

Parte decimal

Coma decimal

Ten en cuenta

3,542 + 4,056 = 7,598

Sumandos — Suma

15,379 − 8,42 = 6,959

Minuendo — Sustraendo — Diferencia

Practica valores

- Evalúa tus decisiones dentro del grupo, reflexionando sobre cómo influyen en los resultados.
- Busca soluciones que beneficien a todos cuando hay diferencias en el grupo.

Recuerda

Aproximación por redondeo

Se considera el decimal hasta el orden indicado y se analiza la siguiente cifra:

- Si es igual o mayor que 5, la cifra previa se incrementa en 1.

  Ejemplo:

  Al redondear 2,36 al décimo, resulta 2,4.

- Si es menor que 5, la cifra previa se mantiene igual.

  Ejemplo:

  Al redondear 7,364 al centésimo, resulta 7,36.

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre datos y las transforma a expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones decimales.
- Expresa con lenguaje numérico su comprensión de las operaciones con decimales.
- Emplea procedimientos (alineación vertical, conteo de cifras decimales para la multiplicación, transformación a enteros para la división) para determinar el resultado de las operaciones con números decimales hasta la milésima.
- Justifica las propiedades de las operaciones y explica errores comunes sobre el cociente en divisiones con decimales.

Multiplicación y división con decimales hasta la milésima

Situación: Cambio de dólares

Mariela, una turista, cambia 145,6 dólares a soles a un tipo de cambio de S/3,78 por dólar. ¿Cuántos soles recibe Mariela al cambiar su dinero?



Fuente: Pexels (2023).

Calculamos el monto en soles que recibe Mariela, utilizando un método práctico:

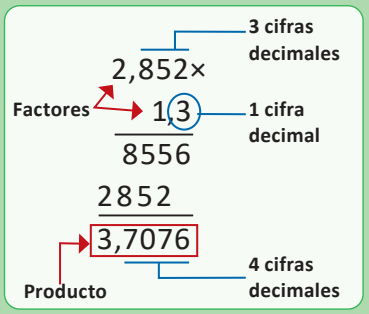
```
  145,6 ×
    3,78
  ------
   11648
  10192
   4368
  ------
  550,368
```

← Contamos las cifras decimales de los factores (1 + 2 = 3 cifras decimales).

← Colocamos la coma en el producto, según la cantidad total de cifras decimales, contando de derecha a izquierda (3 cifras decimales).

Como el monto está expresado en soles, lo redondeamos a los centésimos. Por tanto, Mariela recibe S/550,37.

Observando la situación anterior, se puede afirmar que, para **multiplicar dos números decimales**, estos se multiplican como números enteros. Luego, en el producto se coloca la coma decimal, contando de derecha a izquierda tantos lugares como cifras decimales tengan los factores.



Para **dividir dos números decimales**, se puede multiplicar el dividendo y el divisor por una misma potencia de 10, de modo que se elimine la parte decimal en ambos. Luego se dividen las cantidades como si fueran números enteros. La división se termina cuando se obtienen tantas cifras decimales como se desea o cuando se obtiene un residuo igual a 0.

0,684 ÷ 0,002, multiplicando el dividendo y divisor por 1000:



Situación: División de decimales

Se afirma que la división de dos decimales siempre resulta ser un decimal. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? Justifica tu respuesta.

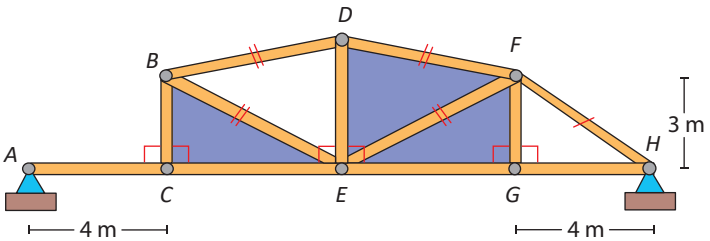
Al dividir dos números decimales, el resultado no siempre es un decimal. Ejemplo: 0,9 ÷ 0,3 = 3 (entero).

FORMAS BIDIMENSIONALES

Triángulos y su clasificación

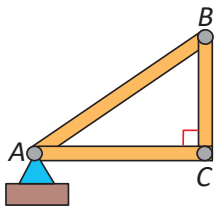
Situación: Construcciones modernas

El diseño de un puente ha quedado incompleto, como se muestra en la imagen. ¿Qué figuras geométricas se han usado para construir este puente? ¿Qué figura completa simétricamente el puente?



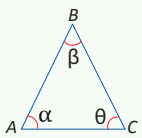
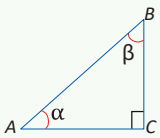
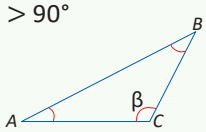
Las figuras geométricas que se han utilizado en el diseño son triángulos, por ejemplo, ΔBCE, ΔDEF y ΔEFG.

La figura que completa simétricamente el diseño del puente es el ΔABC (ver figura adyacente).

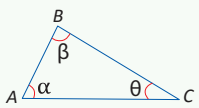
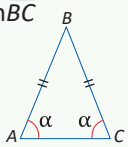
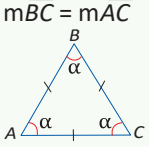


A partir de lo trabajado, se puede afirmar que el **triángulo** es un polígono formado al unir con segmentos tres puntos no colineales.
Los triángulos se clasifican de la siguiente manera:

Según las medidas de sus ángulos

Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo
Sus tres ángulos son agudos ($< 90°$). $\beta < 90°$ $\alpha < 90°$ $\theta < 90°$ 	Tiene un ángulo recto. $m\angle ACB = 90°$ 	Uno de sus ángulos es obtuso ($> 90°$). $\beta > 90°$ 

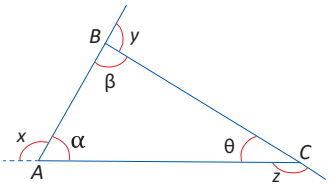
Según las medidas de sus lados

Escaleno	Isósceles	Equilátero
Sus tres lados tienen diferentes longitudes. $m\overline{AB} \neq m\overline{BC} \neq m\overline{AC}$ 	Solo dos de sus lados tienen igual longitud. $m\overline{AB} = m\overline{BC}$ 	Sus tres lados son de igual longitud. $m\overline{AB} = m\overline{BC} = m\overline{AC}$ 

¿Sabías que...?

Los triángulos son la base de muchas construcciones y diseños. Su forma es tan estable que se usa en puentes, torres y estructuras para darles resistencia y equilibrio. Los cuadriláteros ayudan a planificar espacios agrícolas o recreativos, como biohuertos o canchas, optimizando el uso del terreno y promoviendo el cuidado del entorno.

Recuerda



Notación: ΔABC

Elementos
A, B, C: vértices
x, y, z: ángulos externos
α, β, θ: ángulos internos

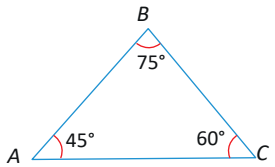
Practica valores

- Apoya a tus compañeros cuando tienen dificultades en actividades escolares.
- Valora los aportes de tus compañeros reconociendo públicamente sus ideas o acciones positivas.

Ten en cuenta

Todo triángulo tiene tres lados, tres vértices y tres ángulos internos.

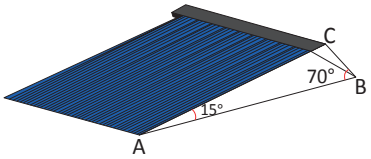
Ejemplo:



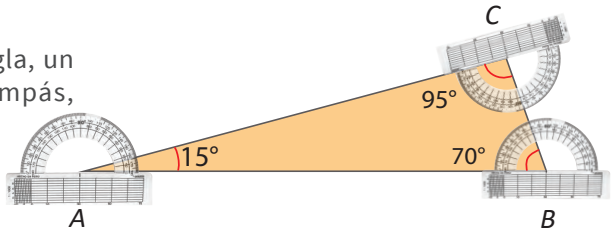
Propiedades de los triángulos

Situación: Inclinación de una estructura

Sergio arma un panel solar sobre una estructura de cara triangular que debe inclinarse 15° respecto a la base. Si en el vértice *B* el ángulo mide 70°, ¿cuánto debe medir el ángulo en *C* para lograr esa inclinación?



Con la ayuda de una regla, un transportador o un compás, dibujamos el triángulo.

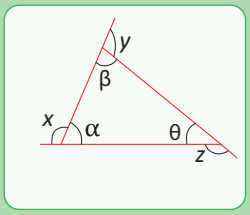


El ángulo en *C* debe medir 95°.

Todo triángulo cumple estas propiedades fundamentales:

- La suma de las medidas de sus ángulos internos es 180°.

$\theta + \beta + \alpha = 180°$



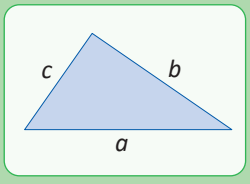
- La medida de un ángulo externo es igual a la suma de las medidas de los ángulos internos no adyacentes a él.

$x = \beta + \theta$

- La suma de las medidas de sus ángulos externos es 360°.

$x + y + z = 360°$

- Desigualdad triangular: La suma de las medidas de cualquier par de lados es mayor que la medida del tercer lado. De esta relación, se infiere además que la medida de un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que la diferencia de estos.



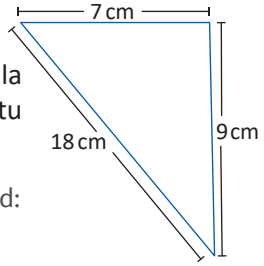
$b - c < a < b + c$ $\quad a - c < b < a + c$ $\quad a - b < c < a + b$

Recuerda

Un mismo triángulo puede pertenecer a más de una clasificación al mismo tiempo: una por sus ángulos (acutángulo, rectángulo, obtusángulo) y otra por sus lados (escaleno, isósceles, equilátero).

Situación: Construcción de un triángulo

Un estudiante dibuja en la pizarra el triángulo de la imagen. ¿Es correcta la representación? Justifica tu respuesta.



Para verificar que el triángulo existe, aplicamos la propiedad:
18 < 7 + 9
18 < 16 (pero 18 no es menor que 16)

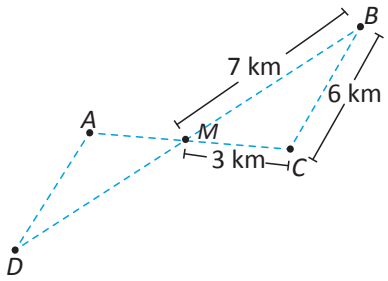
No cumple la desigualdad triangular. Por tanto, no puede existir un triángulo con lados cuyas medidas son 7 cm, 9 cm y 18 cm, porque los lados más cortos no alcanzan a unirse para cerrar la figura.

Congruencia de triángulos

Situación: Instalación de antenas

Una empresa coloca antenas repetidoras en una zona rural. La antena M está en el punto medio de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$.

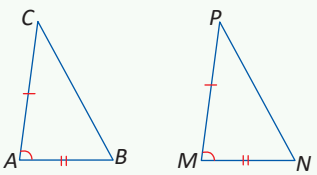
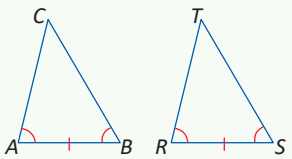
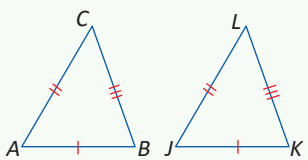
¿Cuántos kilómetros de cable se necesitan desde la antena A hasta la D?



Como M es punto medio de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$, se cumple: $\overline{AM} = \overline{MC} = 3$ km y $\overline{BM} = \overline{MD} = 7$ km.

Además, $m\angle AMD = m\angle CMB$, por ser opuestos por el vértice.
En consecuencia, $\Delta AMD \cong \Delta BMC$ (son congruentes). Entonces: $\overline{AD} = \overline{BC} = 6$ km.
La cantidad de cable que se necesita desde la antena A hasta la antena D es 6 km.

El análisis previo muestra que dos triángulos son **congruentes** cuando tienen exactamente la misma forma y tamaño, aunque estén girados, reflejados o trasladados. Esto significa que sus lados correspondientes son de igual longitud y sus ángulos correspondientes son de igual medida.

Criterios de congruencia de triángulos	
Lado-ángulo-lado (LAL)	
Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos respectivamente congruentes.	 $m\overline{CA} \cong m\overline{PM}$ $m\angle CAB \cong m\angle PMN$ $m\overline{AB} \cong m\overline{MN}$
Ángulo-lado-ángulo (ALA)	
Dos triángulos son congruentes si tienen dos ángulos y el lado común respectivamente congruentes.	 $m\angle CAB \cong m\angle TRS$ $m\angle ABC \cong m\angle RST$ $m\overline{AB} \cong m\overline{RS}$
Lado-lado-lado (LLL)	
Dos triángulos son congruentes si tienen los tres lados respectivamente congruentes.	 $m\overline{AB} \cong m\overline{JK}$ $m\overline{BC} \cong m\overline{KL}$ $m\overline{AC} \cong m\overline{JL}$

Ten en cuenta

Dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, son congruentes si pueden superponerse perfectamente.

Para que dos triángulos sean congruentes, deben tener como mínimo tres elementos congruentes, y por lo menos uno de estos debe ser un lado.

Reto matemático

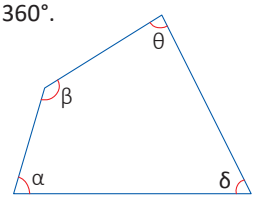
Se afirma: "Dos triángulos son congruentes si tienen un ángulo y un lado correspondientes congruentes, sin importar la posición de los elementos".

¿Estás de acuerdo con esa afirmación? Justifica tu respuesta.

Ten en cuenta

Propiedad fundamental de los cuadriláteros

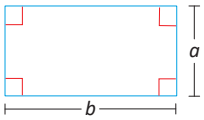
La suma de las medidas de sus ángulos internos es 360°.



$\alpha + \beta + \theta + \delta = 360°$

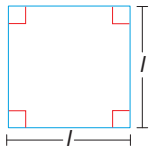
Recuerda

Rectángulo



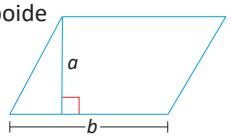
$A_{\blacksquare} = b \cdot a$

Cuadrado



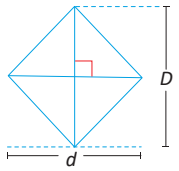
$A_{\blacksquare} = l^2$

Romboide



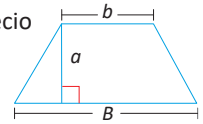
$A_{\blacksquare} = b \cdot a$

Rombo



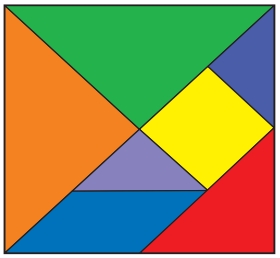
$A_{\blacklozenge} = \frac{d \cdot D}{2}$

Trapecio



$A_{\blacktriangle} = \frac{(B + b)a}{2}$

Cuadriláteros y su clasificación



Situación: Creación de piezas

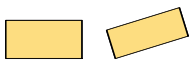
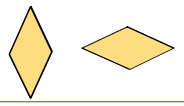
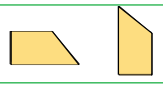
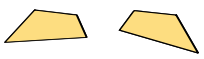
Una diseñadora utiliza las piezas del tangram para crear diseños; pero ahora decide emplear solo las piezas que sean cuadriláteros.

¿Cuáles de las piezas del tangram utilizará?

¿Qué características tienen los cuadriláteros que identificaste?

Cuadrado amarillo	**Romboide azul**
• Tiene cuatro lados congruentes. • Tiene cuatro ángulos rectos (de 90°). • Es un cuadrilátero regular. • Sus lados son paralelos dos a dos.	• Tiene cuatro lados, pero no todos son congruentes. • Los lados opuestos son congruentes y paralelos. • Sus ángulos no son rectos. • Es un paralelogramo oblicuo (no es un rectángulo ni un cuadrado).

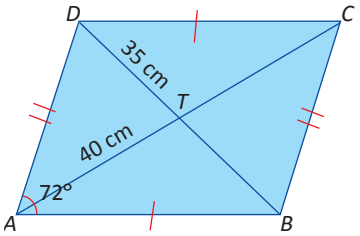
La experiencia anterior permite reconocer la **clasificación de los cuadriláteros.** Para la clasificación, en un primer nivel se comparan los lados paralelos por pares: tienen uno o dos pares de lados paralelos. En un segundo nivel, se observa si tienen ángulos rectos. Los cuadriláteros se clasifican de esta manera:

Paralelogramos Tienen dos pares de lados paralelos.	**Cuadrado** Tiene cuatro lados congruentes y cuatro ángulos rectos.	
	Rectángulo Tiene los lados opuestos congruentes y cuatro ángulos rectos.	
	Rombo Tiene cuatro lados congruentes y los ángulos opuestos congruentes.	
	Romboide Tiene los lados opuestos congruentes y los ángulos opuestos congruentes.	
Trapecios Tienen un par de lados paralelos.	**Trapecio rectangular** Tiene dos ángulos rectos.	
	Trapecio isósceles Sus lados no paralelos son congruentes.	
	Trapecio escaleno Sus lados no paralelos no son congruentes. No tiene ángulos rectos.	
Trapezoides No tienen lados paralelos.		

Propiedades de los cuadriláteros

Situación: Diseño de ventanas

Julio elabora un modelo de ventana con forma de paralelogramo. En el diseño se muestran algunos datos. Observa la figura. ¿Qué medidas deben tener $\overline{TC}$ y $\overline{TB}$? ¿Qué medidas asignará Julio a los ángulos internos?

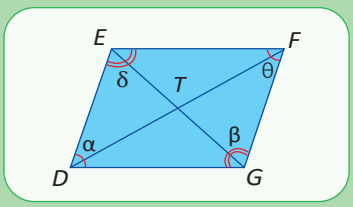


- Observamos que los lados opuestos son paralelos y congruentes; las diagonales se cortan en el punto *T*.
  Hallamos las medidas de $\overline{TC}$ y $\overline{TB}$:
  Como en un paralelogramo las diagonales se bisecan, entonces $\overline{TC} = \overline{AT} = 40$ cm y $\overline{TB} = \overline{DT} = 35$ cm.

- Hallamos las medidas de los ángulos internos:
  Los ángulos opuestos son congruentes: $m\angle DCB = m\angle DAB = 72°$
  Dos ángulos consecutivos son suplementarios, entonces:
  $m\angle DAB + m\angle ABC = 180°$
  $72° + m\angle ABC = 180° \Rightarrow m\angle ABC = 108°$

Propiedades de los paralelogramos

En el paralelogramo *DEFG*, se cumple lo siguiente:



a. La suma de las medidas de sus ángulos internos es 360°. $\alpha + \beta + \theta + \delta = 360°$

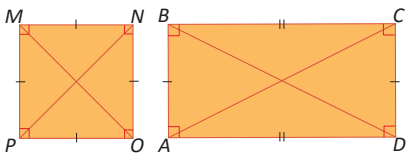
b. En un paralelogramo, los ángulos opuestos son congruentes y los ángulos consecutivos son suplementarios.

- $m\angle EDG = m\angle EFG$ y $m\angle DEF = m\angle DGF$
- $m\angle EDG + m\angle DEF = 180°$ y $m\angle EFG + m\angle DGF = 180°$
- $m\angle EDG + m\angle DGF = 180°$ y $m\angle EFG + m\angle DEF = 180°$

c. Las diagonales se cortan en su punto medio: $m\overline{DT} = m\overline{TF}$ y $m\overline{ET} = m\overline{TG}$

Situación: Elaboración de cometas

Aldo elabora dos cometas y afirma que, al colocar las cañas que forman sus diagonales, estas serán perpendiculares entre sí. ¿Es correcta su afirmación? Justifica tu respuesta.



- *MNOP* es un cuadrado. Por propiedad, sus diagonales son perpendiculares. Además, estas son congruentes.
- *ABCD* es un rectángulo. Sus diagonales no son perpendiculares; son congruentes y se bisecan, pero no forman ángulos rectos.

Por lo tanto, la afirmación de Aldo es correcta solo para la cometa cuadrada.

Evalúa tus progresos

- Traduce enunciados que involucra triángulos y cuadriláteros a lenguaje geométrico y clasifica según sus lados, ángulos y medidas.
- Describe la clasificación de triángulos (por lados y ángulos) y cuadriláteros (paralelogramos, trapecios, trapezoides), y expresa las propiedades de sus lados, ángulos y diagonales mediante el uso del lenguaje geométrico y la notación simbólica.
- Emplea las propiedades geométricas de las figuras y la desigualdad triangular para calcular y determinar medidas en triángulos y cuadriláteros.
- Justifica la aplicación de los criterios de congruencia de triángulos para verificar que dos figuras tienen la misma forma y tamaño, y valida o refuta afirmaciones sobre las propiedades de los triángulos y cuadriláteros.

¿Sabías que...?

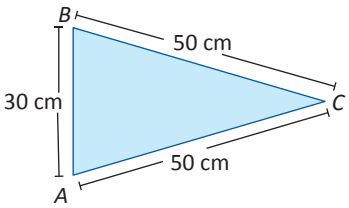
Las medidas en figuras bidimensionales permiten calcular áreas y perímetros de parcelas o huertos, ayudando a distribuir los cultivos de manera eficiente y sostenible.

MEDIDAS DE FORMAS BIDIMENSIONALES

Perímetro y área de triángulos

Situación: Confección de gallardetes

Lidia confecciona un gallardete como el de la imagen. ¿Qué partes del gallardete hay que medir para saber cuánta cinta se debe colocar a su alrededor? ¿Cuánta cinta se requiere?



Reconocemos las longitudes del contorno del gallardete:

$AB = 30$ cm
$AC = 50$ cm
$BC = 50$ cm

Las partes del gallardete que deben medirse para saber cuánta cinta colocar son los lados *AB*, *AC* y *BC*.

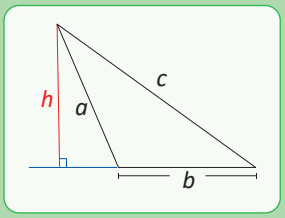
Sumamos las longitudes de los lados del gallardete:
30 cm + 50 cm + 50 cm = 130 cm = 1,3 m
Por lo tanto, se necesita 1,3 m de cinta.

TIC

La resolución de la situación anterior evidencia que el **perímetro de un triángulo** (*P*) es la suma de las longitudes de sus tres lados. Se representa simbólicamente así:

$$P = a + b + c$$

Donde *a*, *b* y *c* son las longitudes de los lados del triángulo.



El **área de un triángulo** (*A*) es la medida de la superficie limitada por sus tres lados. Se calcula mediante esta expresión:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

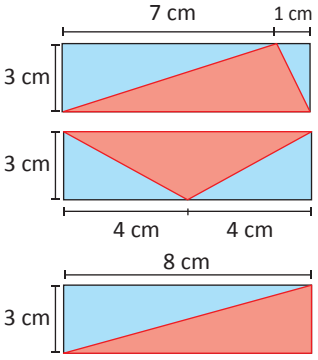
Donde *b* es la medida de la base del triángulo y *h* es la medida de la altura correspondiente a esa base.

Practica valores

- Protege a los animales que habitan alrededor de la escuela.
- Elige estrategias de trabajo en equipo y cumple los acuerdos señalados en el aula para desarrollar las actividades de matemática.

Situación: Áreas de triángulos inscritos en un rectángulo

Alicia observa los dibujos y afirma: "El área de los triángulos rojos es diferente en cada rectángulo". ¿Estás de acuerdo con ella? Justifica tu respuesta.



Observamos que los tres triángulos rojos tienen las bases de igual medida y las alturas también de la misma medida.

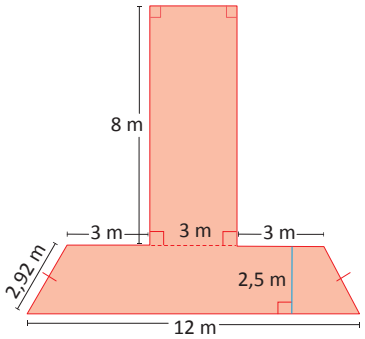
$$\text{Área} = \frac{8 \times 3}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

Las áreas de los triángulos son iguales. Por lo tanto, la afirmación es incorrecta; el área no depende de la forma de los triángulos, sino de la medida de su base y de su altura.

Perímetro y área de formas regulares compuestas (triángulos y cuadriláteros)

Situación: Instalación de alfombras

Patricia debe acondicionar una alfombra en el pasillo principal de un local (su forma se muestra en la figura). Además, debe colocar zócalos a lo largo de todo el contorno. ¿Cuánto material necesita para cubrir el piso con alfombra? ¿Cuántos metros de zócalo deberá comprar para fijar la alfombra?



Vamos a emplear la estrategia de descomposición de figuras.

Cálculo del material para cubrir el piso (área):

- Área del rectángulo central: $A_{\text{rectángulo}} = 3 \times 8 = 24\ \text{m}^2$
- Área del trapecio: $A_{\text{trapecio}} = \dfrac{(12\ \text{m} + 9\ \text{m}) \times 2{,}5\ \text{m}}{2} = 26{,}25\ \text{m}^2$
- Área total por cubrir: $A_{\text{total}} = 24\ \text{m}^2 + 26{,}25\ \text{m}^2 = 50{,}25\ \text{m}^2$

Cálculo del material para el zócalo (perímetro):
$P = 3 + 8 + 3 + 8 + 3 + 2(2{,}92) + 12 = 42{,}84\ \text{m}$

Patricia requiere comprar 50,25 m² de tela y 42,84 m de zócalo.

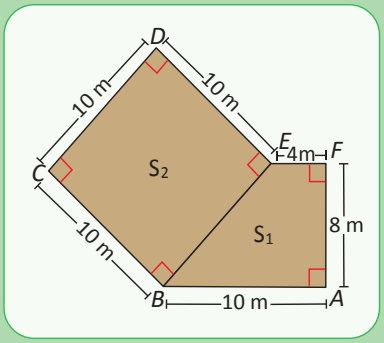
Como se aprecia en la situación anterior, el **perímetro de una figura compuesta** es la longitud total del contorno o borde exterior de la figura.

Se calcula sumando las longitudes de todos los segmentos que delimitan su contorno.

El **área de una figura compuesta** es la medida de la superficie que ocupa la figura en el plano.

Se calcula descomponiendo la figura compuesta en figuras geométricas simples y conocidas (como cuadrados, rectángulos, triángulos, semicírculos, trapecios, etc.), hallando el área de cada una de esas partes y luego sumando o restando sus áreas según corresponda.

Por ejemplo:
Para cercar el terreno, se calcula el perímetro. Se representa simbólicamente así:
$P = AB + BC + CD + DE + EF + FA$
El perímetro es 52 m.



Cálculo del área por sumas:

$A_{ABCDEF} = S_1 + S_2$

$S_1 = \dfrac{(10 + 4) \times 8}{2} = 56\ \text{m}^2$

$S_2 = (10)^2 = 100\ \text{m}^2$

$A_{ABCDEF} = 156\ \text{m}^2$

Evalúa tus progresos

- Representa una figura compuesta mediante la descomposición en figuras geométricas conocidas.
- Expresa su comprensión sobre el área y el perímetro resultante utilizando expresiones matemáticas y unidades de medida (unidades lineales para el perímetro y unidades cuadradas para el área).
- Emplea la estrategia de la suma de áreas parciales para determinar el área total de una figura compuesta, y halla el área de triángulos.
- Argumenta con ejemplos que el área de un triángulo solo depende de la medida de su base y de su altura, y no de la forma específica de los lados inclinados.

Actividad lúdica



¡Asume el desafío! Interpreta las reglas del juego, desarrolla tus estrategias y da sentido matemático a tus acciones.

Tu propósito de aprendizaje

Representa el ordenamiento de fracciones mediante algoritmos específicos, usa estrategias como la homogeneización, la conversión o el producto cruzado para comparar, comunica claramente los pasos, y argumenta la eficiencia y pertinencia de cada procedimiento de ordenamiento.

Practica valores

- Reconoce el esfuerzo de todos en el desarrollo de las actividades en el aula.
- Participa activamente en reuniones de aula para construir acuerdos que mejoren la convivencia escolar.

Carrera de ordenamiento de fracciones

1. Situación

En la clase de hoy, los estudiantes serán "programadores humanos" que deberán ordenar datos (fracciones) siguiendo un algoritmo eficiente. El objetivo es ordenar de menor a mayor un conjunto de fracciones en el menor tiempo posible, usando pasos claros y sin cometer errores.



2. Reglas

Para abordar esta situación, toma en cuenta las siguientes reglas:

a. Se deben formar equipos de 3 a 5 integrantes.

b. Cada equipo recibe 10 tarjetas con las mismas fracciones.

c. Antes de empezar, cada equipo elige uno de estos algoritmos (y debe respetarlo durante toda la ronda):

Burbuja "intercambios adyacentes"

- Comparo las dos primeras tarjetas.
- Si la de la izquierda es mayor, intercambio.
- Avanzo un paso a la derecha y repito hasta el final (esto "empuja" la mayor hacia la derecha).
- Repito pasadas hasta que no haya intercambios.

Selección "encuentra la menor y colócala"

- Busco la fracción menor en todo el conjunto.
- La coloco al inicio.
- Ahora ignoro la primera (ya está ordenada) y repito con el resto hasta terminar.

Ubicación "inserta en orden"

- La primera tarjeta se considera ordenada.
- Tomo la siguiente y la inserto en el lugar correcto dentro del grupo.

d. Se repite con cada tarjeta hasta ordenar todas.

e. Para la comparación de fracciones, pueden usar un dibujo rápido (rectángulos "pizzas") o equivalencias con denominador común, sin calculadora.

f. Gana el equipo que termine primero con el orden correcto y haya respetado su algoritmo.

g. Penalizaciones:

- Error en el orden: +10 segundos por error.
- No seguir el algoritmo elegido: +5 segundos.

3. Desarrollo

En el transcurso de la actividad, considera los siguientes aspectos:

a. El docente explica los tres algoritmos con un ejemplo rápido.

b. Cada equipo elige su algoritmo y planifica cómo lo aplicará (quién compara, quién intercambia, quién verifica).

c. ¡Cronómetro en marcha! Los equipos ejecutan su algoritmo hasta ordenar las fracciones.

d. El docente verifica el orden correcto y la coherencia con el algoritmo elegido; anota el tiempo y las posibles penalizaciones.

e. Se juegan tres rondas:

- Mismo denominador
- Distinto denominador
- Fracciones mixtas y fracciones decimales
- Opcional: cambiar de algoritmo por ronda para comparar los rendimientos.

4. Reflexión

Responde estas preguntas como guía para autoevaluar lo aprendido:

a. ¿Qué algoritmo te pareció más rápido y por qué?

b. ¿En qué momentos tu equipo perdía tiempo (comparar, intercambiar, decidir equivalencias)?

c. Si repitieras la actividad, ¿cambiarías de algoritmo o de estrategia de roles?

d. ¿En qué se parece esta actividad a la forma en que un programa ordena datos en una computadora?

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones de comparar e igualar fracciones.
- Representa la secuencia de comparación e intercambio de elementos de un conjunto de fracciones, representando los pasos del algoritmo seleccionado (burbuja, selección o ubicación) y describe la técnica de comparación utilizada.
- Emplea el mínimo común múltiplo (m. c. m.), la conversión a decimal o el producto cruzado para determinar con precisión cuál de dos fracciones con distinto denominador es mayor, permitiendo así la correcta ejecución del algoritmo de ordenamiento.
- Argumenta la eficiencia y pertinencia de cada algoritmo según el tipo de fracciones, justificando su rapidez y facilidad de aplicación.

UNIDAD

3

Gestionamos con responsabilidad la energía y el agua del hogar

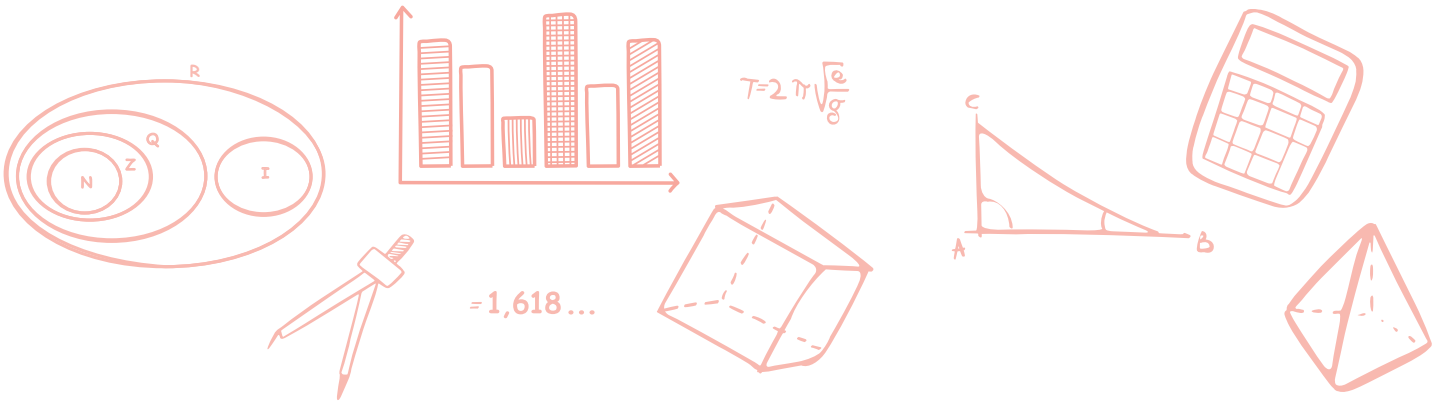


OBJETIVO DE DESARROLLO SOSTENIBLE

7 ENERGÍA ASEQUIBLE Y NO CONTAMINANTE

Este objetivo busca asegurar que todas las personas puedan acceder a fuentes de energía eficientes y limpias, reduciendo el impacto ambiental y fomentando la sostenibilidad energética.
Estas son algunas acciones que se deben promover:

- El uso eficiente de la energía y el agua en hogares, escuelas y comunidades.
- La utilización de energías renovables, como la solar, eólica o hidráulica.
- La reducción del consumo innecesario de energía eléctrica y agua mediante prácticas responsables.





Fuente: Shutterstock (2023).

Practico valores de los enfoques transversales

- Enfoque de orientación al bien común
  - Equidad y justicia
  - Responsabilidad
- Enfoque ambiental
  - Solidaridad planetaria y equidad intergeneracional
  - Justicia y solidaridad

En esta unidad...

Desarrollo mis competencias

- Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio
- Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Construyo mis conocimientos

Magnitudes proporcionales

- Magnitudes directamente proporcionales
- Magnitudes inversamente proporcionales

Ecuaciones de la forma $ax + b = 0$; $a, b \in \mathbb{Q}$; $a \neq 0$

- Definición de la ecuación
- Propiedades de las ecuaciones lineales

Conceptos básicos de estadística

- Población y muestra
- Variables estadísticas y recolección de datos

Organización y presentación de datos

- Tablas de frecuencias para datos no agrupados
- Gráficos estadísticos para datos no agrupados
- Tablas de frecuencias para datos agrupados
- Gráficos estadísticos para datos agrupados

Investigamos



Examina cada situación, asume un rol, resuelve y responde con ideas matemáticas usando el anexo.

SITUACIÓN
Fomentamos el ahorro energético en el hogar

El Ministerio de Energía y Minas (Minem) promueve una cultura del uso eficiente de la energía, compatible con el modelo de desarrollo sostenible que todos debemos practicar en los hogares. Por ello, Osinergmin destaca la importancia del uso eficiente y del ahorro energético para cuidar el medio ambiente y economizar.

Como **promotor de la gestión de recursos**, tu misión será diseñar un plan de ahorro de la energía eléctrica.

Ministerio de Energía y Minas

Minem realizará foro internacional y exhibición tecnológica por el Día Mundial de la Eficiencia Energética



Fuente: Minem (2021).

¿Cómo puedes plantear una propuesta para el consumo responsable y eficiente de la energía eléctrica al usar electrodomésticos, de modo que se proteja la economía familiar y se contribuya al cuidado del ambiente?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo A):

- **Recopila** información sobre el uso de energía eléctrica en tu comunidad y organiza los datos en tablas de frecuencias y gráficos estadísticos (de barras, circulares o histogramas) adecuados a los datos para representar la información recopilada.
- **Analiza** el gráfico de barras del consumo mensual de energía eléctrica de los últimos doce meses de tu hogar. Interpreta cómo varían los montos a lo largo del año, elabora conclusiones y propón acciones para un uso más eficiente de la energía.
- **Establece** la relación de proporcionalidad entre el consumo en kWh y el costo, y explica cómo varían estas magnitudes. Representa esta situación en una tabla y predice el gasto.
- **Analiza** un recibo de energía eléctrica e identifica costos fijos y variables, y plantea una expresión matemática que permita calcular el costo mensual a pagar según la cantidad de kilovatios consumidos.
- **Estima** el consumo en kWh y el costo mensual que generan los electrodomésticos en tu hogar según la potencia, las horas de uso y la tarifa vigente utilizando ecuaciones. Compara el consumo en kWh de artefactos/focos diferentes, propón reemplazos eficientes y establece metas de ahorro.
- **Comparte** con tus compañeros y tu familia tu propuesta de consumo responsable a partir de la información recabada y las actividades realizadas.

SITUACIÓN
Gestionamos el uso del agua de forma eficiente

El agua es un recurso vital y limitado, y cada vez es más escaso. Aunque abunda en el planeta, solo una parte es apta para el consumo humano. Usarla de forma irresponsable ocasiona graves problemas de escasez, enfermedades y conflictos.

Ante esta situación, asumirás el rol de **promotor del uso eficiente del agua** y deberás proponer acciones para el uso eficiente y responsable del agua.

País



Perú presenta alto riesgo de vulnerabilidad debido a crisis global del agua

Estudios ubican a nuestro país en un rango de estrés hídrico de entre -40 % y -80 % es decir, con mayor probabilidad de escasez de agua dulce para el 2040.

Fuente: *El Peruano* (2023).

¿Cómo puedes plantear una propuesta para gestionar de manera eficiente, responsable, sostenible y solidaria el agua que consume tu familia, contribuyendo al ahorro económico y a su cuidado?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo B):

- **Recopila** información sobre los hábitos de uso del agua en tu comunidad y organiza los datos en tablas de frecuencias y gráficos (de barras, circulares e histogramas) para comunicar los resultados y tomar decisiones sobre el impacto de esas prácticas.
- **Analiza** el gráfico de barras del consumo mensual de agua de los últimos doce meses de tu hogar. Interpreta cómo varían los montos a lo largo del año, elabora conclusiones y propón acciones para un uso más eficiente del agua.
- **Establece** la relación de proporcionalidad entre el consumo y el costo de los metros cúbicos de agua, y explica cómo varían estas magnitudes. Representa esta situación en una tabla y predice el gasto.
- **Analiza** un recibo de agua e identifica costos fijos y variables, y plantea una expresión matemática que permita calcular el monto mensual que se debe pagar según la cantidad de metros cúbicos consumidos.
- **Estima** el consumo mensual de agua en actividades diarias de tu familia, así como el costo total de dicho consumo utilizando ecuaciones. Establece metas de ahorro para reducir el consumo, comparando el consumo actual con un escenario de ahorro, y calcula el costo de reducción.
- **Comparte** con tus compañeros y tu familia tu propuesta de consumo responsable a partir de la información recabada y las actividades realizadas.

Anexo A: Fomentamos el ahorro energético en el hogar

1. Ejemplo de cuestionario (consumo de energía eléctrica)

Elabora un cuestionario y aplícalo a veinte familias de tu comunidad. Procesa los datos recogidos en tablas de frecuencias y elabora los gráficos estadísticos pertinentes. A continuación, se presenta un ejemplo de cuestionario.

Encuesta sobre los hábitos y comportamientos de consumo de energía eléctrica en el hogar

Objetivo: Obtener datos detallados sobre los hábitos de consumo de energía eléctrica en el hogar
Aplicación: Individual o colectiva
Modo: Escrito u oral

Información general

Pregunta	Respuesta
¿Tiene medidor de luz en casa?	Sí ( ) / No ( )

Datos individuales por integrante

Edad	¿Apaga la luz del ambiente donde no hay nadie? Sí ( ) / No ( )	¿Desconecta los aparatos que no usa? Sí ( ) / No ( )

¿Qué nivel de importancia le da al ahorro de energía eléctrica en su hogar?

☐ Muy importante ☐ Poco importante
☐ Importante ☐ Nada importante

¿Qué electrodomésticos son los que más se usan en casa?

☐ Refrigeradora ☐ Cocina eléctrica
☐ Televisor ☐ Otros: _____
☐ Computadora _____

¿Tiene focos ahorradores o LED en casa? ☐ Sí ☐ No

¿Qué tipo de focos se utilizan en casa? ☐ Incandescentes ☐ Ahorrador ☐ LED

¿Cuántas horas al día usa el televisor en su hogar? _____

2. Conoce tu recibo de luz

Revisa tu recibo de luz más reciente e identifica los siguientes conceptos de consumo:

- lectura y consumo
- consumo facturado
- costo de kWh
- detalles de facturación u otros pagos
- otros conceptos

Modela una expresión matemática (ecuación) que represente cómo se calcula el total a pagar en el mes.

(Ten cuenta que los conceptos en cada recibo pueden variar).



Información propuesta y adaptada para fines educativos.

3. Tabla de relación entre consumo y costos de energía eléctrica

Completa la tabla con la relación entre el consumo y el costo de energía eléctrica según tu recibo de luz.

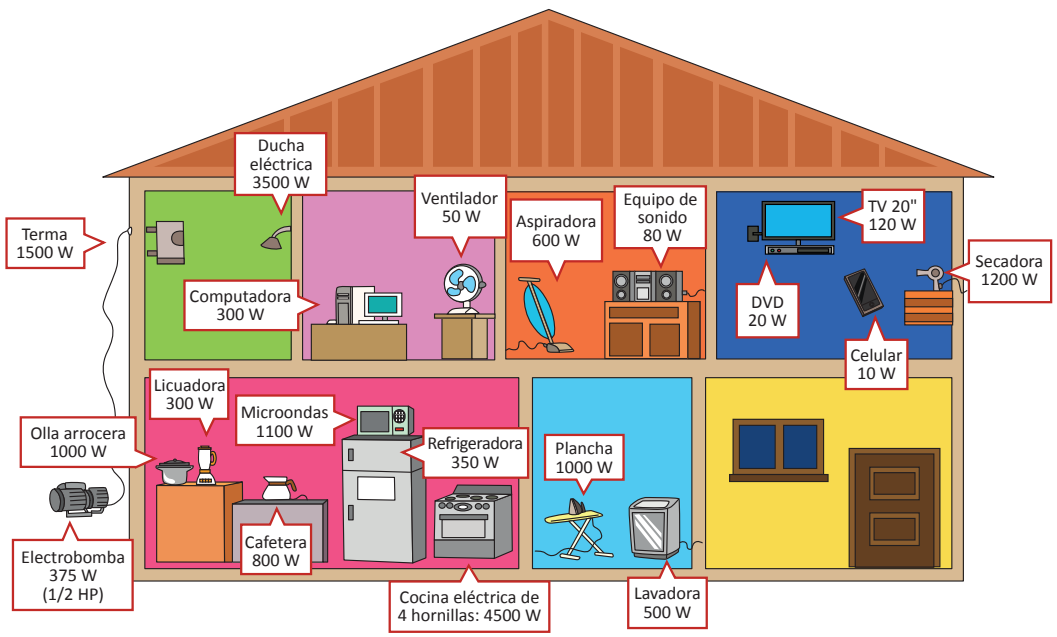
Por ejemplo, si en tu recibo el costo por kWh es S/0,7403, entonces:

Consumo de energía (kWh)	10	20	30	40	50
Costo (S/)	7,403	14,806	22,209		

4. Potencias (W) referenciales de algunos artefactos eléctricos

Los valores de las potencias son referenciales porque dependen del modelo del artefacto. Para conocer la potencia exacta de tus artefactos, revisa la parte posterior de estos (en la tarjeta de eficiencia) o el manual.

Observa esta lista de equipos electrodomésticos y sus respectivos valores promedio de potencia eléctrica:



Fuente: Osinergmin (2018).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

5. Tabla para determinar el costo de energía mensual

Completa la tabla y determina el consumo y el costo mensual que genera cada artefacto eléctrico. Observa en tu recibo el costo de energía eléctrica por kWh.

- Ecuación para determinar la energía consumida

Energía consumida por el artefacto (kWh/frecuencia)	=	Potencia del artefacto eléctrico (kW)	×	Tiempo que está encendido (horas/frecuencia)

Energía mensual = (Potencia en kW) × (horas de uso diario) × (días)

- Ecuación para determinar el costo de energía consumida

Costo de energía eléctrica $\left(\frac{S/}{kWh}\right)$	×	Energía consumida por el artefacto (kWh)	=	Costo de energía mensual (S/)

Costo de energía (S/) = Costo de energía eléctrica × Energía consumida (kWh)

Artefactos eléctricos usados normalmente	Potencia nominal (W)	Cantidad o unidades	Horas promedio de uso (h/día)	Energía eléctrica consumida por el artefacto (kWh)	Costo de energía mensual (S/)
Foco incandescente	100	1	5	$\frac{100}{1000}$ kW × 5 $\frac{h}{día}$ (30 días) = 15	0,7403 $\frac{S/}{kWh}$ × 15 kWh = 11,10
Ducha eléctrica					
⋮					
Total					

6. Comparación de costos y consumo

Compara y evalúa el consumo y los costos de energía anual de diferentes artefactos o focos.

Artefacto o foco	Potencia nominal (W)	Horas promedio de uso (h/día)	Energía eléctrica consumida en un mes (kWh)	Energía eléctrica consumida en un año (kWh)	Costo de energía mensual (S/)	Costo de energía anual (S/)
Iluminación						
Foco incandescente	100	5	15	180		
Foco ahorrador	20	5	3	36		
Foco LED	10	5	1,5	18		
Ahorro (LED versus incandescente)				144		
Ahorro (LED versus ahorrador)				162		
Otro						

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Anexo B: Gestionamos el uso del agua de forma eficiente

1. Ejemplo de cuestionario (consumo de agua)

Elabora un cuestionario y aplícalo a veinte familias de tu comunidad. Procesa los datos recogidos en tablas de frecuencias y elabora los gráficos estadísticos pertinentes. A continuación, se presenta un ejemplo de cuestionario.

Encuesta sobre los hábitos y comportamientos de consumo de agua en el hogar

Objetivo: Obtener datos sobre el consumo de agua en el hogar
Aplicación: Individual o colectiva
Modo: Escrito u oral

Información general

Pregunta	Respuesta
¿Tiene medidor de agua en casa?	Sí ( ) / No ( )

Datos individuales por integrante

Edad	¿Cierra la llave al jabonarse? Sí ( ) / No ( )	¿Cierra la llave al cepillarse? Sí ( ) / No ( )

¿Qué nivel de importancia le da al ahorro del consumo de agua en su hogar?

☐ Muy importante ☐ Poco importante
☐ Importante ☐ Nada importante

¿En qué actividades se consume más agua en su hogar?

☐ Lavado de ropa ☐ Otro: _____
☐ Ducha y aseo personal _____
☐ Cocina y limpieza

¿Existen fugas de agua en casa? ☐ Sí ☐ No

¿Cuál es el tiempo aproximado (en minutos) que tarda en bañarse? _____

2. Conoce tu recibo de agua

Revisa un recibo de agua reciente de tu casa e identifica los conceptos de consumo, detalles de facturación u otros pagos. Reconoce los cargos fijos y los variables, y establece relaciones entre ellos. Modela una ecuación que represente cómo se calcula el monto total a pagar por el consumo de agua del mes. Verifica si el modelo se ajusta al recibo que analizaste.



Información propuesta y adaptada para fines educativos.

3. Tabla de relación entre consumo y costo de agua

Completa la tabla con la relación entre el consumo y el costo del agua.

Consumo de agua (m^3)					
Costo del consumo de agua (S/)					

4. Cantidades referenciales de litros consumidos en actividades domésticas

A continuación se muestra información sobre la cantidad de litros de agua que se consume de acuerdo con la actividad doméstica realizada.



Fuente: Sunass (2023).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Reúne más información sobre el consumo de agua en tu comunidad. Observa algunos ejemplos:

Actividad	Consumo aproximado de agua
Cepillarse los dientes con el caño abierto.	20 litros cada vez
Jalar la palanca del inodoro.	De 6 a 18 litros cada vez
Lavar los platos.	100 litros por hora
Dejar el caño abierto.	20 litros por minuto

5. Tabla para determinar el costo del consumo de agua potable

Determina el consumo mensual de agua de algunas actividades en tu hogar. (Considera fuga en tus instalaciones). Evalúa en qué actividades gastas mayor cantidad de agua.

Costo mensual (S/) = Consumo mensual (m^3 o L) × Tarifa de agua potable (S/)

Ejemplo: Lavar el carro 10 veces al mes.

Costo mensual (S/) = $\frac{(150\ L)(10)}{1000} \times 1{,}50$

Costo mensual (S/) = 2,25

Actividad	Consumo diario de agua (L)	N.° de veces	Consumo mensual de agua (L)	Consumo mensual de agua (m^3)	Tarifa de agua potable (S//m^3)	Consumo mensual (S/)
Lavar el carro	150	10	150 × 10 = 1500	$\frac{1500}{1000} = 1{,}5$	1,50 m^3	1,5 × 1,5 = 2,25
Lavadora						
⋮						
Total						

6. Comparación de costos y consumo

Propón un escenario de ahorro; evalúa el consumo de agua y los costos.

Actividad	Consumo diario de agua (L)	N.° de veces	Consumo mensual de agua (L)	Consumo mensual de agua (m^3)	Tarifa de agua potable (S//m^3)	Consumo mensual (S/)
Lavar el carro	20	4	20 × 4 = 80	$\frac{80}{1000} = 0{,}08$	1,50 m^3	0,08 × 1,5 = 0,12
Lavadora						
⋮						
Total						

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Exploramos



Lo que aprendiste es tu punto de partida para poder enfrentarte a nuevos retos.

1. Cosecha de papa

Un agricultor observa la información de cada variedad de papa para planificar su inversión.



Cantidad en hectáreas (ha)	1	2	3
Rendimiento de papa variedad A (miles de kg)	15	30	45
Costos de producción (miles de S/) cultivo variedad A	18	36	54
Rendimiento de papa variedad B (miles de kg)	12	24	36
Costos de producción (miles de S/) cultivo variedad B	16	32	48

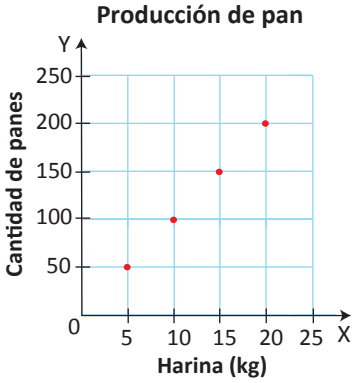
a. ¿Qué variedad de papa debería elegir el agricultor si desea la mayor producción con menor presupuesto?

b. ¿Es correcto afirmar que siempre que se duplica la cantidad de hectáreas también se duplican los costos de producción? Justifica con ejemplos.

2. La panadería

Un panadero analiza la relación entre la cantidad de harina y la cantidad de panes producidos, y obtiene la siguiente gráfica:





a. ¿Cómo se podría calcular la cantidad de panes que se pueden elaborar con *n* kilogramos de harina?

b. ¿Es correcta la siguiente afirmación?: "Se obtiene la misma cantidad de panes usando primero 5 kg de harina y luego 10 kg más que usando directamente 15 kg de harina de una sola vez". Justifica con ejemplos.

3. Reservorio de agua

En un reservorio vacío, cada semana se bombea un total de 100 m³ de agua. Pero también se pierde agua por evaporación y filtraciones: durante las primeras 4 semanas se pierden 20 m³ por semana y, en la quinta semana, la pérdida disminuye a 10 m³ por semana.

a. Completa la siguiente tabla:

Característica	Semana				
	1	2	3	4	5
Cantidad de agua bombeada (m³)					
Cantidad de agua que se pierde (m³)					
Total acumulado de agua (m³)					

b. ¿Cuál es la diferencia entre los totales acumulados de las semanas 1 y 2; 2 y 3; 3 y 4? ¿Qué característica observas en esos resultados? ¿Qué ocurre en la semana 5?

c. Representa en un gráfico de líneas el total de agua acumulada cada semana en el reservorio durante las cinco semanas.

4. Fábrica textil

Una administradora requiere completar la tabla para obtener las producciones de camisas de un mismo modelo (talla M, manga larga) y la cantidad de material por comprar.



N.º de camisas	2	5		15	
Hilo utilizado (cm)		750	1500		3000
Tela (m^2)			20		40
N.º de botones		40			

a. Si la fábrica recibe un pedido de 45 camisas, ¿cuánto de cada material se necesita?

b. Se dispone de 7200 cm de hilo, 64 m^2 de tela y 400 botones. ¿Qué insumo se agota primero? ¿Cuál es el máximo número de camisas que puede fabricarse con esos recursos?

5. Gestión de energía con paneles solares

A continuación, se muestran dos fuentes de información respecto al uso de paneles solares.

Información técnica "Panel solar 300 W"

Concepto	Valor estimado
Producción diaria estimada	2,1 kWh por panel
Producción anual estimada	766,5 kWh
Horas promedio de sol	7 h/día

Registro de pérdidas cada día por panel

Concepto	Valor estimado
Pérdida diaria por mantenimiento	0,5 kWh por día
Pérdida por clima	0,2 kWh por día (promedio)

a. Organiza la información en la siguiente tabla:

Concepto	Número de paneles				
	1	10	30	40	100
Producción diaria estimada (kWh)					
Pérdida diaria (kWh)					
Producción neta (kWh)					

b. Una comunidad rural desea cubrir sus necesidades energéticas diarias mediante paneles solares de 300 W, para ello se estima que la comunidad requiere 84 kWh (kilovatios hora) diarios de energía eléctrica. ¿Cuántos paneles deben instalarse?

c. Un panel solar ha acumulado 320 kWh, y un poblador ha planteado la expresión $320 + 2{,}1x = 1200$ para estimar los x días que tomaría alcanzar una producción neta de 1200 kWh. ¿Estás de acuerdo con su propuesta? Plantea el modelo adecuado.

1. Mascotas en el hogar

Marco realiza una encuesta sobre la cantidad de mascotas que hay en los hogares de su comunidad y organiza los datos en una tabla.



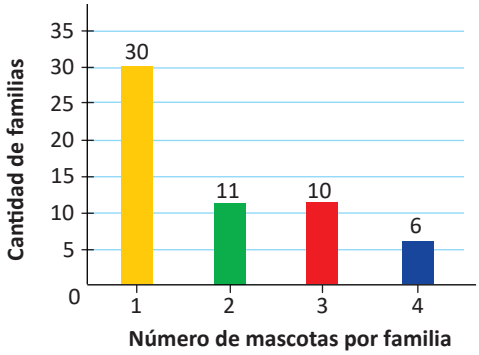
N.º de mascotas por familia	Cantidad de familias
1	30
2	11
3	10
4	6

a. Marco presenta los resultados y afirma: "La mitad de las familias tienen 3 o 4 mascotas". ¿Es correcto lo que dice?, ¿por qué?

b. El gráfico adjunto presenta un error. Describe en qué consiste y propón una versión corregida.

c. ¿Es correcto afirmar que la cantidad de familias que tienen 1 mascota triplica la cantidad de familias que tienen 3 mascotas?, ¿por qué?

d. Si quisieras ampliar la encuesta para conocer el tipo de mascota que tiene cada familia (perro, gato, loro, etc.), ¿qué preguntas incluirías en el cuestionario?



2. Hidratación en el juego

Un equipo de atletismo se prepara para una competencia. Por ello, deben contar con información sobre la hidratación diaria antes y durante una actividad física. Ayuda al entrenador a recoger información.



a. Expresa cuáles serían los objetivos del estudio.

b. Plantea cuatro preguntas, dos de opción múltiple y dos abiertas, que le ayuden a obtener información sobre el consumo de agua.

c. A continuación, se muestran los datos recogidos sobre la cantidad de vasos de agua (de 200 mL) consumidos en un día por un grupo de 20 personas.

Mujeres	4	3	5	3	1	4	2	3	4	6
Varones	4	5	2	6	5	3	4	5	1	4

¿Cómo podrías organizar y graficar esta información para que sea más fácil de interpretar? Formula tres conclusiones basadas en los datos analizados.

3. Registro de ventas

El dueño de una tienda elabora una tabla con las ventas del mes pasado para planificar la compra de camisas de un mismo modelo en las tallas S, M, L, XL y XXL.

a. Completa la tabla.

Talla de camisa (i)	Número de camisas vendidas (f_i)	Total de camisas vendidas hasta la talla i (F_i)	Porcentaje de camisas vendidas de la talla (i) del total h_i (%)
S			5,0
M		16	
L	20		
XL	28		
XXL		80	

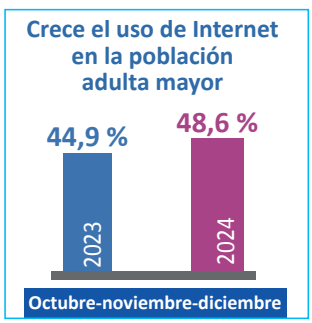
b. ¿Cómo podrías emplear la tabla para determinar qué talla de camisa tuvo mayor venta?

c. Al revisar sus registros, el dueño se da cuenta de que olvidó anotar 20 prendas de las siguientes tallas: S, L, L, S, S, L, L, L, XL, M, M, M, XL, L, M, M, M, M, M y XXL. Corrige la tabla incorporando los nuevos datos. ¿Ha variado la preferencia de los clientes?

Talla	f_i	F_i	h_i (%)
S			
M			
L			
XL			
XXL			

4. Uso de Internet

Analiza los datos presentados con dos fuentes de información sobre el uso de Internet en la población adulta mayor peruana en el periodo 2023-2024.



Fuente: INEI (2025).

Perú: Población adulta mayor que hace uso de Internet, por género, según área de residencia. Trimestre: octubre-noviembre-diciembre 2023 y 2024 (porcentaje)

Área de residencia	Octubre-noviembre-diciembre					
	2023			2024		
	Total	Hombre	Mujer	Total	Hombre	Mujer
Área urbana	54,4	59,7	49,9	57,5	61,4	54,1
Área rural	11,4	16,4	6,4	14,9	20,3	9,8

Fuente: INEI (2025).

a. ¿Cuántos puntos porcentuales aumentó el uso de Internet en la población adulta mayor del 2023 al 2024?

b. ¿En qué área de residencia se observa mayor brecha de acceso a Internet entre hombres y mujeres?

c. ¿Qué grupo aumentó más su nivel de acceso a Internet entre los años 2023 y 2024? ¿En qué año la brecha de género en el área urbana fue mayor?

d. Si fueras responsable de una campaña digital, ¿en qué grupo (hombres/mujeres, urbano/rural) concentrarías tus esfuerzos y por qué?

Desarrollamos



Analiza situaciones, muestra soluciones, justifica tus ideas matemáticas y profundiza tu aprendizaje.

Tu propósito de aprendizaje

Establece relaciones entre magnitudes con variación proporcional directa e inversa, las representa con tablas, gráficas y expresiones algebraicas, calcula valores desconocidos, y justifica las propiedades de cada proporcionalidad.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Comparte materiales escolares asegurando que todos participen de igual manera en actividades colaborativas.
- Reflexiona sobre la importancia del uso responsable del agua.

Pensamos y actuamos

En la escuela se quiere llenar un recipiente de agua para regar las plantas. El encargado abre un caño de caudal constante y observa que, después de 2 minutos, el recipiente contiene 1 litro de agua, y en 4 minutos contiene 2 litros.



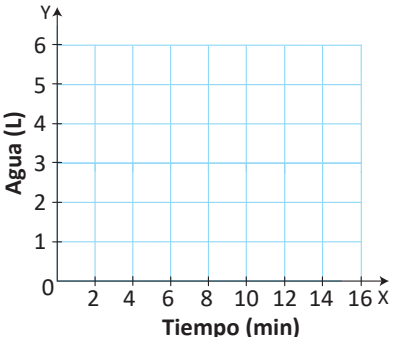
Fuente: Shutterstock (2020).

¿Cuánta agua habrá en el recipiente en 5 min, en 10 min y en 15 min?

¿Cuánto tiempo se necesitará para llenar 5 litros?

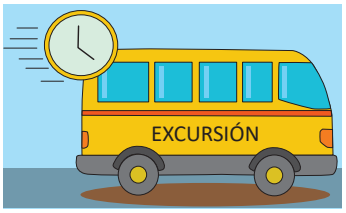
Completa la siguiente tabla y elabora la gráfica correspondiente.

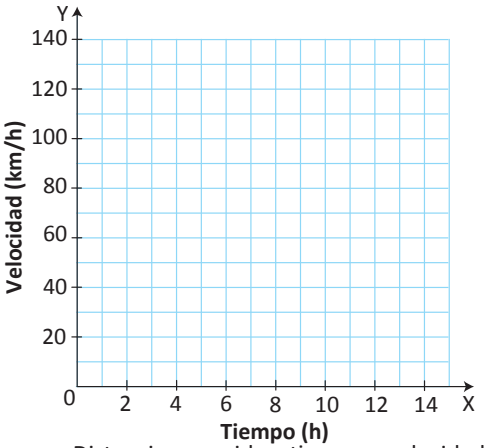
Tiempo (min)	2	4	8	10
Agua (L)	1	2		



1. **¿Qué ocurre con la cantidad de agua cuando el tiempo se duplica?**
2. **¿Qué sucede si el tiempo se reduce a la mitad?**
3. **¿Cuánto vale la razón "agua/tiempo" para cada fila de la tabla? ¿Es la misma en todos los casos? ¿Qué significa este valor en el contexto?**
4. **¿Por qué la gráfica es una recta y por qué empieza en el origen?**

Un grupo de estudiantes viaja en bus para una excursión. La distancia hasta el destino es de 240 km. El tiempo que demora el viaje depende de la velocidad con la que se desplace el bus.





Tiempo (*h*)	Velocidad (km/h)	Distancia recorrida (km)
2	100	
3		
4		
6		
8		

Distancia recorrida = tiempo × velocidad

1. **¿Qué ocurre con la velocidad cuando aumenta el tiempo de viaje?**
2. **Si se reduce el tiempo de viaje, ¿qué ocurre con la velocidad?**
3. **En la tabla, ¿qué se mantiene constante? ¿Qué representa este número según el contexto?**
4. **Si el bus viajara a 96 km/h, ¿cuánto tiempo tardaría en llegar a su destino? ¿Y si viajara a 120 km/h?**
5. **Si representas los puntos (x; y) en un plano cartesiano, ¿qué forma tendría la gráfica? ¿Pasa por el origen?**
6. **¿Por qué en este caso la relación no se representa con una línea recta, como en una proporcionalidad directa?**

¿Qué construimos?

En un aula, cuatro estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
En la situación del llenado de recipientes, la razón $\frac{\text{agua}}{\text{tiempo}}$ se mantiene constante; eso caracteriza a la proporcionalidad inversa.	En la situación de la velocidad, el producto "velocidad × tiempo" es constante; eso caracteriza a la proporcionalidad directa.
Estudiante 3	**Estudiante 4**
Todo segmento de recta que pasa por el origen (con pendiente distinta de cero) representa una proporcionalidad directa.	En la proporcionalidad inversa, la gráfica no es un segmento de recta, sino una curva que se acerca a los ejes sin tocarlos.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre dos magnitudes y transforma a proporcionalidad directa e inversa.
- Expresa relaciones de proporcionalidad directa e inversa mediante tablas, gráficas y lenguaje algebraico, identificando el cociente o el producto constante.
- Emplea procedimientos como el uso de la regla de tres y la constante de proporcionalidad para hallar valores desconocidos en relaciones directas e inversas.
- Justifica con ejemplos las diferencias entre proporcionalidad directa e inversa y explica sus representaciones gráficas lineal y curva.

Profundizamos

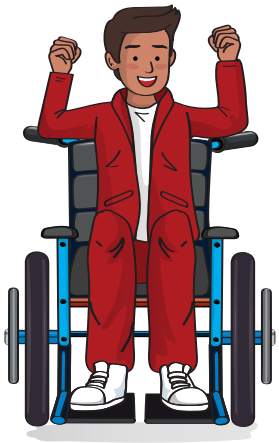
Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **Un auto recorre 240 km en 4 h a una velocidad constante. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 7 h?**
2. **20 obreros construyen una obra en 18 días. ¿En cuánto tiempo harán la misma obra 30 obreros?**
3. **Una familia paga 15 soles fijos + 2 soles por metro cúbico de agua consumida. ¿Es directamente proporcional? Justifica tu respuesta.**
4. **Un ciclista tarda 3 h en recorrer 60 km. Si duplica la velocidad, ¿qué pasa con el tiempo?**
5. **Crea dos situaciones, una donde dos magnitudes sean directamente proporcionales y otra donde dos magnitudes sean inversamente proporcionales.**

Tu propósito de aprendizaje

Modela situaciones de costos y ganancias mediante ecuaciones lineales, resuelve aplicando sustitución y procedimientos algebraicos, interpreta el significado de la igualdad, y argumenta la validez de la solución en relación con el contexto del problema planteado.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Dialoga proponiendo soluciones para evitar contaminación que perjudique la vida de las futuras generaciones.
- Escucha y valora las ideas de tus compañeros asegurando que cada voz sea tomada en cuenta.

Pensamos y actuamos



Fuente: Wikimedia commons (2010).

En la kermés escolar se está organizando la venta de combos de anticuchos y picarones. El comité necesita preparar un registro con la ecuación correcta, pues de ello depende calcular costos y ganancias.

El encargado comenta:

"El precio de tres anticuchos y una porción de picarones es igual al doble de la suma del precio de un anticucho más S/9. Además, un anticucho cuesta S/0,50 más que una porción de picarones".

Sea x el precio (en soles) de un anticucho.

Se proponen tres ecuaciones que representan la situación:

- $5x + 2 = 3x - 4$
- $2(x - 2) + 4 = 2x$
- $3x + x - 2 = 2(x + 9)$

Verifica con distintos valores de x (precio del anticucho) y completa las tablas.

Tabla 1: $5x + 2 = 3x - 4$

x	$5x + 2 = 3x - 4$	¿Se cumple?
3		
–3		
10		
12		

Tabla 2: $2(x - 2) + 4 = 2x$

x	$2(x - 2) + 4 = 2x$	¿Se cumple?
6		
8		
10		
12		

Tabla 3: $3x + x - 2 = 2(x + 9)$

x	$3x + x - 2 = 2(x + 9)$	¿Se cumple?
6		
8		
10		
12		

a. ¿Qué significa en el contexto de la kermés que "los dos lados de la ecuación sean iguales"?

b. ¿Por qué no tendría sentido un valor negativo para el precio de un anticucho o de una porción de picarones?

Nota: En el contexto de precios, los valores válidos son $x > 0$.

c. ¿Qué principio justifica que, si al sustituir *x* por un valor ambos lados dan el mismo número, entonces ese valor es solución de la ecuación?

d. ¿Qué diferencia hay entre una ecuación que se cumple solo para un valor (o algunos valores) y una ecuación que se cumple para todos los valores?

¿Qué construimos?

En un aula, cuatro estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
Si un valor de *x* hace que ambos lados de la ecuación representen el mismo precio total, entonces *x* es una solución válida.	Si al simplificar ambos miembros de una ecuación obtenemos algo como "0 = 5", entonces la solución es 5.
Estudiante 3	**Estudiante 4**
Verificar con una tabla y sustituir valores de *x* permite comprobar si una ecuación describe correctamente o no la relación planteada en la situación.	Un valor negativo para el precio del anticucho o la porción de picarones, aunque satisfaga la ecuación, no es válido en el contexto de la kermés.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones de equivalencia entre datos y condiciones de una situación real, transformándolas en ecuaciones lineales de primer grado, y expresa su comprensión sobre su solución.
- Emplea el cálculo y la verificación por sustitución para hallar la solución, comparando los valores del lado izquierdo y derecho de la igualdad.
- Justifica el significado contextual de la igualdad y argumenta con ejemplos la diferencia entre ecuación e identidad.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **En un cine, dos entradas estándar (E) más una gaseosa de S/12 cuestan en total S/52. ¿Cuál es el precio de una entrada estándar? Escribe la ecuación, resuélvela y verifica tu respuesta.**

2. **Dos frascos iguales junto con una lata de leche cuya masa es de 1 kg tienen en total 5 kg de masa. ¿Cuál es la masa (en kilogramos) de cada frasco? Escribe la ecuación, resuélvela y verifica con sustitución.**

3. **Dos hamburguesas y una *pizza* cuestan S/38. Una *pizza* cuesta S/4 más que una hamburguesa. Determina ambos precios y explica si tus soluciones tienen sentido.**

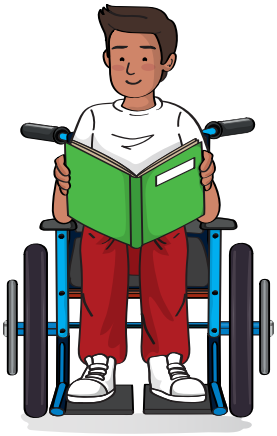
4. **En un estacionamiento, el plan A cobra S/5 de base más S/3 por cada hora. El plan B cobra S/4 por cada hora (sin base). ¿Para cuántas horas estos planes cuestan lo mismo? Completa la tabla y determina el punto de igualdad.**

N.° de horas (n)	Plan A: $5 + 3n$	Plan B: $4n$	¿Iguales?
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

Tu propósito de aprendizaje

Organiza datos cualitativos en tablas de frecuencias; calcula frecuencias absolutas, relativas y porcentuales; interpreta la información para describir la muestra, y argumenta la utilidad de cada frecuencia en el análisis estadístico.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Escucha opiniones distintas, valora las respuestas de todos los encuestados y evita juicios sobre sus preferencias.
- Promueve el consumo responsable de materiales para disminuir la explotación de recursos naturales del planeta.

Pensamos y actuamos



Se desea conocer las preferencias de los estudiantes respecto a los tipos de sándwich consumidos en el quiosco escolar. Para ello, se realizó una encuesta con la pregunta "¿cuál es tu sándwich favorito?".

Estos fueron los datos recogidos:

Huevo	Hamburguesa	Palta	Pollo	Hamburguesa
Palta	Pollo	Pollo	Huevo	Palta
Huevo	Hamburguesa	Huevo	Palta	Pollo
Tortilla	Pollo	Pollo	Tortilla	Hamburguesa

Con base en los datos anteriores, los estudiantes deben organizar la información en una tabla de frecuencias.

1. Completa la siguiente tabla:

Tipos de sándwich	Conteo	Frecuencia absoluta (f_i)	Frecuencia relativa $\left(h_i = \frac{f_i}{n}\right)$	Frecuencia relativa porcentual h_i (%)
Huevo				
Hamburguesa				
Pollo				
Palta				
Tortilla				

a. ¿Cuál es el sándwich que se consume con mayor frecuencia? ¿Cuál es el menos frecuente?

b. ¿Por qué es importante organizar los datos dentro de una tabla?

Sobre la columna "Tipos de sándwich":

- ¿Qué información proporciona esta columna?
- ¿Por qué es importante listar todas las categorías, aunque algunas aparezcan pocas veces?
- ¿Qué pasaría si se omite una categoría en la tabla?

Sobre la columna "Conteo":

- ¿Qué significa el conteo en este contexto?
- ¿Cómo se realiza el conteo de cada tipo de sándwich?
- Si un estudiante se equivocara al anotar el conteo, ¿cómo afectaría a toda la tabla?

Sobre la columna "Frecuencia absoluta":

- ¿Qué representa cada número anotado en esta columna?
- ¿Por qué se dice que este número corresponde a la frecuencia absoluta?
- ¿En qué se diferencia el conteo de la frecuencia absoluta? ¿O son lo mismo?

Sobre la columna "Frecuencia relativa":

- ¿Cómo se calcula la frecuencia relativa a partir de la frecuencia absoluta?
- ¿Por qué la suma de todas las frecuencias relativas debe ser igual a 1?
- ¿Qué ventaja tiene expresar la información en frecuencias relativas en lugar de frecuencias absolutas?

Sobre la columna "Frecuencia relativa porcentual":

- ¿Cómo se obtiene el porcentaje a partir de la frecuencia relativa?
- ¿Por qué la suma de todos los porcentajes debe ser igual a 100 %?
- ¿En qué situaciones es más útil expresar la información en porcentajes que en números absolutos?

Sobre la tabla en conjunto:

- ¿Cómo te ayuda esta tabla a responder cuál es el sándwich preferido por los estudiantes?
- ¿Cómo cambia la información cuando está organizada en una tabla respecto a una presentación desordenada (lista larga)?

¿Qué construimos?

En un aula, cuatro estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
La frecuencia absoluta de un tipo de sándwich indica cuántos estudiantes lo prefirieron.	El número total de frecuencias absolutas debe ser mayor que el número de encuestados.
Estudiante 3	**Estudiante 4**
El sándwich con mayor frecuencia relativa es el que más prefieren los estudiantes de la muestra.	La frecuencia relativa es siempre mayor que la frecuencia absoluta correspondiente.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Presenta y explica la tabla de frecuencias, interpreta y compara los resultados obtenidos.
- Organiza datos cualitativos en una tabla de frecuencias, representando las categorías, el conteo y las frecuencias absolutas, relativas y porcentuales, según corresponda.
- Emplea procedimientos para determinar frecuencias relativas y porcentuales, verificando que la suma de las frecuencias relativas sea 1 y la de las porcentuales sea 100 %.
- Justifica la utilidad de la frecuencia relativa o porcentual para comparar la preferencia de los estudiantes en la muestra, y argumenta por qué la información organizada en una tabla es más clara y útil que una lista de datos.

Profundizamos

Para resolver el siguiente problema, emplea los procedimientos desarrollados en la actividad anterior.

Se encuestó a 200 personas sobre su género musical preferido. Completa la tabla y responde: ¿cuál es el género musical con mayor porcentaje de preferencia?

Género musical	f_i	h_i (%)
Rock	35	
Cumbia		30
Electrónica		
Reggae		28

Formalizamos



Evalúa los ejemplos, interpreta regularidades, dialoga y reflexiona para dar sentido a las ideas matemáticas en tus retos.

¿Sabías que...?

Las magnitudes inversamente proporcionales se usan en química y biología, por ejemplo, al estudiar cómo aumentar la concentración de una sustancia y reducir el tiempo de reacción.

Ten en cuenta

Son magnitudes directamente proporcionales:

- el costo y el número de artículos comprados
- la distancia recorrida por un auto y el tiempo empleado en recorrerla

Practica valores

- Organiza responsabilidades grupales según fortalezas individuales para que todos aporten y aprendan equitativamente.
- Comparte conocimientos sobre el cambio climático para promover decisiones responsables en favor de las próximas generaciones.

MAGNITUDES PROPORCIONALES

Magnitudes directamente proporcionales

Situación: El ahorro de Eva

La siguiente tabla muestra el ahorro de Eva en algunas semanas. ¿Cuánto dinero ahorrará en diez semanas?

N.° de semanas	1	2	4	10
Ahorro (S/)	7,5		30	



Fuente: Shutterstock (2025).

Observando la tabla, notamos que, a más semanas transcurridas, más dinero ahorrará Eva.

×2 ×4 ×10

N.° de semanas	1	2	4	10
Ahorro (S/)	7,5	15	30	75

×2 ×4 ×10

Representamos gráficamente:



Comprobamos:

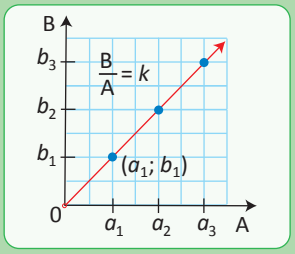
- $\frac{4}{30} = \frac{10}{x} \Rightarrow 4 \cdot x = 30 \cdot 10$

$x = \frac{30 \cdot 10}{4} = 75$

Por lo tanto, Eva ahorrará S/75 en diez semanas.

De acuerdo con lo analizado, dos magnitudes son **directamente proporcionales (D. P.)** cuando, al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, el valor correspondiente a la otra magnitud también aumenta o disminuye, respectivamente, en la misma proporción.

$$\frac{B}{A} = k$$



En general, si A y B son dos magnitudes directamente proporcionales, se cumple que el cociente de sus valores correspondientes es constante.

A	a_1	a_2	a_3
B	b_1	b_2	b_3

$\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{b_3}{a_3} = k$ ← Constante de proporcionalidad

Esta constante coincide con la pendiente de la recta.

Magnitudes inversamente proporcionales

Situación: Llenado de un tanque

En una planta se debe llenar un tanque de agua que está vacío. El tiempo de llenado depende del caudal de entrada (litros por minuto). En la siguiente tabla se muestra la relación entre el caudal de agua y el tiempo que demora el llenado del tanque. ¿Qué caudal de entrada es necesario para llenar el tanque en 60 min?

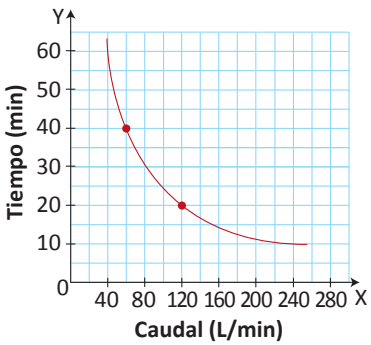


Fuente: Shutterstock (2020).

Tiempo (min)	20	40	60
Caudal (L/min)	120	60	

De acuerdo con la tabla, tenemos que, a menor caudal, mayor tiempo de llenado. Como el volumen del tanque es el mismo, el producto *caudal* × *tiempo* es constante: $20 \cdot 120 = 2400$ L y $40 \cdot 60 = 2400$ L

Representamos gráficamente:



Calculamos el caudal para 60 minutos:

$$20 \cdot 120 = 60 \cdot x$$

$$x = \frac{20 \cdot 120}{60} = 40 \text{ (L /min)}$$

Por lo tanto, para llenar el tanque en 60 min, el caudal debe ser de 40 L/min.

Ten en cuenta

Son magnitudes inversamente proporcionales:

- el caudal de entrada y el tiempo que tarda en llenarse un recipiente
- el número de personas y los días que rinden las raciones o provisiones
- la velocidad de un auto y el tiempo que demora en recorrer una distancia

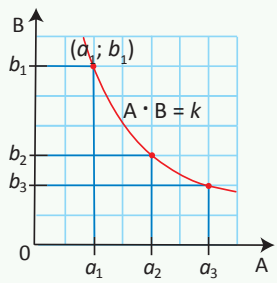
Recuerda

La magnitud es una propiedad física que se puede medir.

Por ejemplo: la longitud, la distancia, el tiempo, la masa, etc.

De acuerdo con lo analizado, dos magnitudes son **inversamente proporcionales (I. P.)** si, al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, el valor correspondiente a la otra magnitud disminuye o aumenta, respectivamente, en la misma proporción.

En general, si A y B son dos magnitudes inversamente proporcionales, se cumple que el producto de sus valores correspondientes es constante.



A	a_1	a_2	a_3
B	b_1	b_2	b_3

$a_1 \cdot b_1 = a_2 \cdot b_2 = a_3 \cdot b_3 = k$ ← Constante de proporcionalidad

Como k es constante, si A se multiplica por t, entonces B se divide por t.

Evalúa tus progresos

- Representa la relación entre magnitudes y expresa el tipo de proporcionalidad (directa o inversa).
- Emplea procedimientos adecuados para calcular valores faltantes y verificar resultados coherentes.
- Justifica con ejemplos el tipo de relación proporcional identificada.

¿Sabías que...?

Las ecuaciones lineales surgieron en la antigua Babilonia para resolver repartos de tierras y cosechas. En el Renacimiento, los métodos algebraicos se consolidaron con Viète y Descartes, quienes vincularon ecuaciones y geometría. Hoy las ecuaciones lineales permiten calcular presupuestos, tarifas de servicios y resolver problemas de ingeniería. Su representación gráfica como rectas explica fenómenos de cambio constante, siendo una herramienta clave en física, economía y ciencias sociales para modelar y prever comportamientos.

ECUACIONES LINEALES DE LA FORMA $ax + b = 0; a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0$

Definición de la ecuación

Situación: Pasatiempos de los estudiantes

Un grupo de 70 estudiantes tienen pasatiempos diferentes: leer, ver películas y escuchar música (ninguno tiene más de un pasatiempo). De este grupo, se sabe que 10 prefieren leer; además, los que escuchan música son el doble de los que ven películas. ¿Cuántos estudiantes prefieren cada actividad?



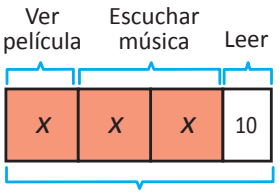
1. Representamos con una barra la preferencia de los estudiantes:

Ver películas: x → x

Escuchar música: x x → $2x$

Leer: 10 estudiantes

2. Resolvemos:



$$x + 2x + 10 = 70$$
$$3x + 10 = 70$$
$$3x + 10 - 10 = 70 - 10$$
$$3x = 60$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{60}{3}$$
$$x = 20$$

3. Reconocemos las preferencias; para ello, hallamos cuántos estudiantes prefieren cada actividad:
Ver películas: $x = 20$ estudiantes
Escuchar música:
$2x = 2(20) = 40$ estudiantes
Los estudiantes que prefieren ver películas son 20; los que prefieren escuchar música, 40; y los que prefieren leer son 10.

Tal como se vio en la situación presentada, una **ecuación** es una igualdad matemática que relaciona dos expresiones mediante el signo "=". En ella aparecen números y expresiones algebraicas, y su finalidad es expresar una relación entre cantidades para encontrar el valor desconocido.

Las ecuaciones de primer grado pueden escribirse y resolverse así:

Forma general de una ecuación lineal:

$\boldsymbol{ax + b = 0\ (a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0)}$

Donde:

- a y b son números racionales (constantes).
- x es la incógnita que se quiere encontrar.

Ejemplo:

$5x = 20 \Longrightarrow$ Ecuación

$\frac{5x}{5} = \frac{20}{5} \Longrightarrow$ Se dividen ambos miembros entre 5

$x = 4 \Longrightarrow$ Resultado

El conjunto solución de una ecuación lineal de la forma $ax + b = 0$ es un conjunto unitario: C. S. $= \left\{-\frac{b}{a}\right\}$.

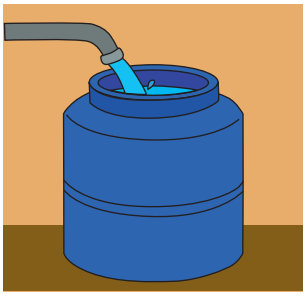
Practica valores

- Organiza el tiempo al realizar tus actividades con responsabilidad, evita distracciones y da prioridad a los momentos de práctica.
- Colabora en el reciclaje de materiales del aula para proteger el ambiente y mejorar la salud comunitaria.

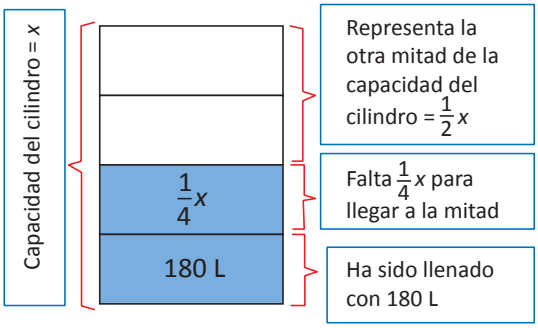
Propiedades de las ecuaciones lineales

Situación: Capacidad de un cilindro de agua

En un cilindro vacío, se ha vertido 180 L de agua. Si falta $\frac{1}{4}$ de la capacidad total para llegar a la mitad del cilindro, ¿cuál es su capacidad total?



- Datos de la situación:
  - La capacidad total del cilindro (L): x
  - Lo que falta: $\frac{1}{4}x$
  - La mitad del cilindro: $\frac{1}{2}x$



- Planteamos la ecuación:
  Lo que hay + Lo que falta = La mitad del cilindro

$$180 + \frac{1}{4}x = \frac{1}{2}x$$

$$180 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}x = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x$$ Propiedad aditiva de la igualdad (Restamos $\frac{1}{4}x$ a ambos lados)

$$180 = \frac{2}{4}x - \frac{1}{4}x$$ (Homogeneizamos fracciones y operamos)

$$180 \cdot 4 = \frac{1}{4}x \cdot 4$$ Propiedad multiplicativa de la igualdad (Multiplicamos ambos lados por 4)

$$720 = x$$

Por consiguiente, la capacidad total del cilindro es 720 L.

A partir de lo trabajado, se puede afirmar que en una ecuación lineal se cumplen las siguientes propiedades:

Propiedad	Descripción	Formalización
Aditiva de la igualdad	Sumar o restar la misma expresión (número o término algebraico) a ambos lados no altera la igualdad.	Si $ax + b = c$, entonces: $ax + b + k = c + k$
Multiplicativa de la igualdad	Multiplicar o dividir ambos lados por el mismo número distinto de 0 no altera la igualdad.	Si $ax = -b$, $a \neq 0$, entonces: $\frac{1}{a}(ax) = \frac{1}{a}(-b)$
Existencia y unicidad	Tiene una única solución (C. S. unitario).	Para $ax + b = 0$, $a \neq 0$, $x = -\frac{b}{a} \Leftrightarrow$ C. S. $= \left\{-\frac{b}{a}\right\}$

Ten en cuenta

En una expresión algebraica, se llaman términos algebraicos **semejantes** a aquellos que tienen la misma parte literal (las mismas letras afectadas por los mismos exponentes).

Por ejemplo: $4x^2$, $-3x^2$ y $-0{,}2x^2$ son términos semejantes.

Evalúa tus progresos

- Representa relaciones de equivalencia mediante la construcción de ecuaciones lineales que cumplen con las condiciones de un contexto.
- Expresa su comprensión de los componentes de la ecuación usando gráficos y leguaje algebraico.
- Emplea procedimientos algebraicos de transposición y simplificación para resolver las ecuaciones lineales, y comprueba la validez de la solución obtenida.
- Justifica el valor de la solución argumentando que, al ser sustituido, se mantiene la equivalencia entre el lado izquierdo y el lado derecho de la ecuación, explicando que esta es la condición necesaria para que dicho valor sea la solución.

¿Sabías que...?

La estadística nace con el conteo de habitantes en censos antiguos, como el romano o el chino. Hoy es una herramienta clave en medicina, política, educación y deportes. Los sondeos de opinión se basan en muestras representativas de la población y permiten anticipar resultados electorales o hábitos sociales.

CONCEPTOS BÁSICOS DE ESTADÍSTICA

Población y muestra

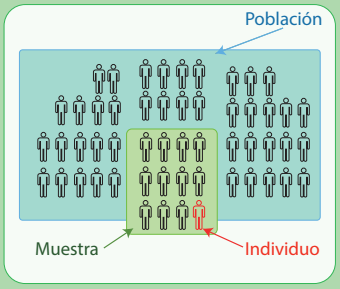
Situación: Encuesta sobre alimentación escolar

En una institución educativa con 15 aulas, se observó que los estudiantes consumen con frecuencia alimentos procesados, como galletas, gaseosas y otros *snacks*. Para proponer mejoras en la alimentación, se planea realizar un estudio estadístico sobre sus hábitos de consumo.

¿A quiénes está dirigido el estudio estadístico? ¿Crees que se pueda encuestar a todos? Si no fuera posible encuestar a todos, ¿qué alternativa se podría plantear?

El estudio estadístico está dirigido a todos los estudiantes de las 15 aulas de la institución educativa. Ellos son los que componen la población.
No siempre es viable, por tiempo o costo, encuestar a todos los estudiantes; se podría elegir un grupo que sea representativo (muestra).

Una **población (*N*)** es el conjunto de elementos, individuos u objetos de los que se recolectarán los datos, con características comunes, como personas, instituciones, objetos para un estudio estadístico.
Una **muestra (*n*)** es un subconjunto representativo de una población seleccionada para su estudio.
El **muestreo** es una técnica que se emplea para seleccionar a los participantes de un estudio.



Tipos de muestreo:

- Aleatorio simple: Todos los elementos tienen la misma probabilidad de ser seleccionados.

Paso	Descripción
1. Listado	Numerar a todos los estudiantes con un número único.
2. Tamaño de la muestra	Definir cuántos estudiantes se seleccionarán. Por ejemplo, $n = 40$.
3. Selección aleatoria	Usar números aleatorios (una ruleta digital, una tabla de números aleatorios, una hoja de cálculo, etc.) para elegir 40 códigos distintos de forma imparcial.

- Estratificado: Se divide a la población en grupos (estratos) y suele seleccionarse proporcionalmente a cada estrato (o con asignación fija, pero debe indicarse el criterio).
- Por conveniencia: Se escogen los elementos que están más disponibles.

Situación: Consumo de alimentos

Para investigar acerca del consumo de alimentos poco saludables, Juan plantea un muestreo aleatorio simple, para ello elige a quienes consumen dichos alimentos. ¿Es válido este muestreo? Justifica.

En el muestreo aleatorio simple, se selecciona al azar entre toda la población, no como lo plantea Juan. Entonces, el muestreo no es válido.

Practica valores

- Escucha a todos y valora sus opiniones garantizando que cada voz esté representada en decisiones del grupo.
- Dialoga sobre problemas ambientales proponiendo soluciones que beneficien a toda la comunidad educativa.

Variables estadísticas y recolección de datos

Situación: Estudio sobre residuos



En una institución se busca conocer cómo se generan los residuos para mejorar su manejo. Un grupo de estudiantes propone una encuesta con las siguientes preguntas:

1. ¿Qué residuo desechas con más frecuencia? ¿Papel, cartón, plástico o vidrio?
2. ¿Cuántos envases plásticos se botan al día?
3. ¿Cuánto pesa el papel reciclado cada semana?
4. ¿Cómo percibes el compromiso de reciclaje en la institución? ¿Bajo, medio o alto?

A partir de esta situación, describe qué información se recoge en cada una de las preguntas.

- La primera pregunta (residuos desechados) permite clasificar residuos según su tipo.
- La segunda (envases plásticos) muestra cantidades que se pueden contar.
- La tercera (peso del papel) brinda una medida expresada en kilogramos.
- Finalmente, la cuarta pregunta (percepción del compromiso) refleja opiniones en niveles que se pueden ordenar como bajo, medio o alto.

Como se aprecia en la situación anterior, una **variable estadística** es una característica de la población en estudio que puede tomar diversos valores. Esta puede ser cualitativa o cuantitativa.

Tipo de variable estadística	Definición y características	Ejemplos
Cualitativa nominal	Expresa una cualidad o categoría sin un orden específico.	Tipo de mascota, color favorito, género musical.
Cualitativa ordinal	Expresa una cualidad con un orden o jerarquía.	Nivel de satisfacción (alto, medio, bajo), grado académico.
Cuantitativa discreta	Expresa conteos; toma valores discretos (números enteros no negativos).	Número de hijos, cantidad de libros, autos por familia.
Cuantitativa continua	Expresa mediciones; puede tomar cualquier valor numérico.	Estatura, tiempo, temperatura, masa.

Recuerda

- El **dato** representa el valor o respuesta que adquiere la variable en cada unidad de análisis. Asimismo, es el resultado de la observación, entrevista o recopilación en general. Los datos son la materia prima de la estadística.
- El dato puede expresarse por un número (cuantitativo) o por una palabra (cualitativo). Este tiene un significado más allá del simple valor estadístico.

Ten en cuenta

Son técnicas de recolección de datos:

- La **entrevista** es un diálogo planificado entre dos personas. En ella, el entrevistador solicita al entrevistado información o datos útiles para un estudio o investigación.
- La **encuesta** es una técnica de investigación que permite recolectar información de datos previamente definidos. Su finalidad es observar y registrar características de una población o muestra en un momento específico de tiempo y espacio. Generalmente se aplica mediante un cuestionario.

Reto matemático

Si cuentas cuántas veces sonríen tus compañeros durante una hora, ¿esa información es cualitativa (por describir emociones) o cuantitativa (por usar números)?

Evalúa tus progresos

- Representa variables estadísticas y conceptos de población y muestra mediante tablas o gráficos, interpretando los datos según el contexto.
- Explica su comprensión sobre población, muestra y variables; y describe el procedimiento de recolección y organización de información.
- Emplea estrategias estadísticas adecuadas, seleccionando instrumentos y técnicas de muestreo representativas para recolectar y organizar datos.
- Argumenta la elección de muestra, variables e instrumentos, justificando la validez del procedimiento con fundamentos estadísticos básicos.

Instrumento de recolección de datos

El **cuestionario** es un instrumento que reúne un conjunto de preguntas ordenadas y sistemáticas, elaboradas con el fin de obtener información del encuestado. Su propósito es recoger datos que sirvan para analizar el tema de estudio o investigación.

Sobre las formas y preparación de las preguntas, se tiene lo siguiente:

a. **Preguntas abiertas:** Son aquellas que el encuestado responde con sus propias palabras, sin que se le dé alguna alternativa, conjunto de palabras o frases.

   Ejemplo:

   ¿Qué obras ha leído en los últimos seis meses?

b. **Preguntas cerradas dicotómicas:** Son aquellas que solo se pueden responder con un "sí" o con un "no", o cuando solo se presentan dos alternativas.

   Ejemplo:

   ¿Trabaja actualmente? *(Marque solo una opción).*

   Sí ( ) No ( )

c. **Preguntas cerradas de elección múltiple:** Son aquellas que proponen más de dos alternativas de respuesta y se pide marcar solo una de las opciones.

   Ejemplo:

   ¿Qué medios usas habitualmente para llegar a la escuela? *(Marca todas las opciones que correspondan).*

   ☐ A pie
   ☐ Bicicleta
   ☐ Bus/combi
   ☐ Auto/taxi
   ☐ Mototaxi

Situación: Redacción de preguntas

Para registrar la frecuencia con la que se desecha papel en el aula, se recogerá información mediante la siguiente pregunta del cuestionario.

¿Con qué frecuencia observas que se desecha papel en tu aula?
(Marca solo una opción)

☐ Nunca ☐ Pocas veces ☐ Frecuentemente ☐ Todos los días

Esther afirma: "Se trata de una pregunta abierta". ¿Su afirmación es correcta? Explica tu respuesta.

Por las características que presenta, la pregunta es cerrada de elección múltiple, ya que con una sola respuesta se elige una de varias alternativas disponibles para marcar. En consecuencia, la afirmación de Esther es incorrecta.

ORGANIZACIÓN Y PRESENTACIÓN DE DATOS

Tablas de distribución de frecuencias para datos no agrupados

Situación: Organización de datos en una tabla de frecuencias

Se aplicó una encuesta a veinte estudiantes del 2.º grado para conocer cuántas botellas de plástico desecha por semana su institución educativa. Los resultados fueron los siguientes:



Fuente: Shutterstock (2020).

0	2	0	1	3	1	2	0	2	3	1	1	1	0	3	0	2	0	1	2

1. **¿Cómo organizarías los datos?**
2. **¿Cuántos estudiantes no desechan botellas de plástico en una semana?**
3. **¿Qué porcentaje representa la cantidad de estudiantes que desechan 2 botellas por semana?**

Para responder la primera pregunta, organizamos los valores de la variable estadística cuantitativa "frecuencia de desecho de botellas de plástico por semana" en la siguiente tabla:

Frecuencia de desecho de botellas de plástico por semana de los estudiantes del 2.º grado

Número de botellas por semana (x_i)	Conteo del número de estudiantes	Número de estudiantes (f_i)
0	𝍸 I	6
1	𝍸 I	6
2	𝍸	5
3	III	3
Total		**20**

Para responder la segunda pregunta, ubicamos en la tabla la fila de $x = 0$. Aquí observamos un registro de 6 estudiantes. Entonces, 6 estudiantes no desechan botellas de plástico.

Para responder la tercera pregunta, procedemos así:

$$\begin{array}{ccccc} \div 2 & \curvearrowright & 20 & \text{———} & 100\,\% \\ & & & & \\ \div 2 & \curvearrowright & 10 & \text{———} & 50\,\% \\ & & & & \\ \div 2 & \curvearrowright & 5 & \text{———} & 25\,\% \end{array} \quad \begin{array}{c} \curvearrowright \div 2 \\ \\ \curvearrowright \div 2 \end{array}$$

Por lo tanto, la cantidad de estudiantes que desechan 2 botellas por semana representa el 25 % del total.

¿Sabías que...?

Florence Nightingale, pionera de la enfermería, usó tablas de frecuencias y gráficos estadísticos para mostrar la alta mortalidad en hospitales de guerra, logrando reformas sanitarias. Hoy, estas tablas permiten resumir encuestas, analizar el rendimiento académico o interpretar hábitos de consumo. En ciencia, facilitan la comprensión de grandes volúmenes de datos, transformándolos en información clara para tomar decisiones y elaborar predicciones en distintos campos de estudio.

Practica valores

- Participa en actividades grupales aportando ideas y colaboración para el bienestar de todos tus compañeros.
- Ayuda a tus compañeros a comprender la importancia de reciclar para mejorar la salud y el bienestar colectivo.

Recuerda

La lectura e interpretación de tablas estadísticas nos permite llegar a conclusiones sobre una investigación, y con los resultados se pueden realizar pronósticos, valoraciones y tomar decisiones.

TIC

El análisis previo muestra que una **tabla de distribución de frecuencias** es una forma organizada de presentar datos recolectados sobre una variable. Esta tabla muestra cuántas veces (frecuencia) se presenta cada dato o grupo de datos. Permite resumir grandes cantidades de información de manera clara, facilitando su análisis y comprensión. Ejemplo: tabla de frecuencias para datos no agrupados.

Elementos de una tabla de distribución de frecuencias

Variable	Frecuencia absoluta ↓	Frecuencia relativa ↓	Frecuencia relativa porcentual ↓	Frecuencia acumulada ↓
N.° de libros	f_i	h_i	h_i (%)	F_i
1	3	0,06	6	3
2	9	0,18	18	12
4	13	0,26	26	25
6	8	0,16	16	33
7	8	0,16	16	41
8	4	0,08	8	45
10	5	0,1	10	50
Total	$n = 50$	1	100	

↑ Tamaño de la muestra o total de datos de la muestra

- **Frecuencia absoluta (f_i):** Es el número de veces que aparece un valor específico en el conjunto de datos.
- **Frecuencia absoluta acumulada (F_i):** Es la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores inferiores o iguales al valor de una categoría.
- **Frecuencia relativa (h_i):** Es una proporción de un valor o conjunto de datos respecto del total y está dada por el cociente de cada frecuencia absoluta entre el número total de datos: $h_i = \frac{f_i}{n}$.
- **Frecuencia relativa porcentual (h_i %):** Es una forma de expresar la frecuencia relativa de un valor x_i como porcentaje del total: $h_i\,\% = \frac{f_i}{n} \times 100\,\%$.

Reto matemático

¿Estás de acuerdo con la siguiente afirmación?

"Se pueden combinar datos cualitativos y cuantitativos en una misma tabla de frecuencias".

Justifica tu respuesta.

Situación: Deporte favorito

La tabla muestra las actividades deportivas preferidas por un grupo de personas. Mirtha afirma que el 81 % del total de personas no prefieren fútbol. ¿Estás de acuerdo con ella? Justifica tu respuesta.

Deporte	Frecuencia absoluta	Porcentaje (%)
Surf	3	
Natación	12	
Vóley	36	
Fútbol	9	
Total		100

Calculamos el total de personas:
$3 + 12 + 36 + 9 = 60$ personas

Personas que no prefieren fútbol: $60 - 9 = 51$ personas $\rightarrow \frac{51}{60} \times 100\,\% = 85\,\%$

Por lo tanto, la afirmación de Mirtha es incorrecta: el 85 % del total de personas no prefieren fútbol.

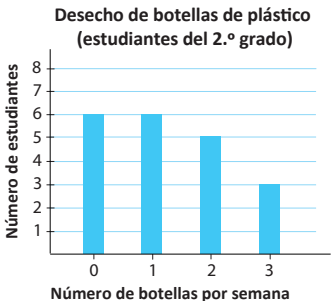
Gráficos estadísticos para datos no agrupados

Situación: Representación visual de la información

El director del colegio ha solicitado que se presente de manera más visual la información sobre la frecuencia de desecho de botellas de plástico por semana de los estudiantes del 2.° grado. ¿Qué tipo de gráfico estadístico es conveniente emplear para su representación?, ¿por qué?



En este caso, la variable es cuantitativa discreta: número de botellas de plástico desechables por semana; por lo tanto, cada valor o categoría es distinta, lo que se representa bien con un gráfico de barras.



De acuerdo con la situación anterior, un **gráfico estadístico** es la representación de un fenómeno estadístico por medio de recursos visuales que muestran datos que sintetizan la información de una variable (cualitativa o cuantitativa) a partir de su tabla de frecuencias, facilitando su análisis, comparación y comunicación.

Diagrama de barras

Esta representación gráfica se usa cuando hay muchos datos, pero pocos valores distintos de la variable. Los datos de cada categoría o valor se muestran mediante una barra rectangular del mismo ancho, cuya altura (o longitud) es proporcional a su frecuencia.

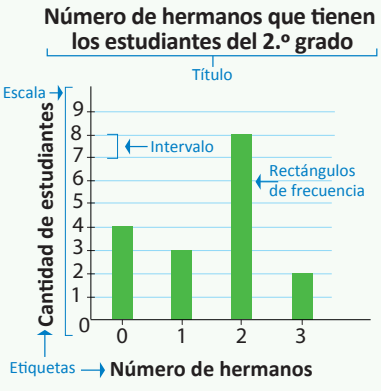
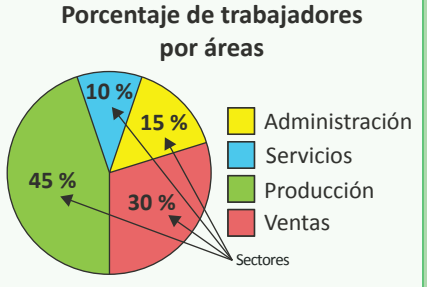


Gráfico circular

Esta representación consiste en un círculo dividido en sectores, donde cada sector corresponde a una categoría de una variable cualitativa. El tamaño angular de cada sector es proporcional a su frecuencia relativa (o porcentaje).

Para calcular los grados de cada sector, se establece la siguiente relación:



$$\frac{360°}{\text{Número total de datos } (n)} = \frac{\text{Ángulo del sector}}{\text{Frecuencia absoluta correspondiente } (f_i)}$$

Ten en cuenta

En los gráficos de barras:

- Cada barra representa una categoría o un valor de la variable.
- Las barras pueden ser verticales u horizontales.
- La altura de cada barra representa la frecuencia absoluta o relativa.
- Las barras deben ser equidistantes entre sí.
- Los datos generalmente son no agrupados o categóricos.

Recuerda

Los gráficos circulares se emplean para mostrar cómo se reparte un total en partes, sobre todo en variables cualitativas expresadas en porcentajes.

Ten en cuenta

La marca de clase (X_i) es el punto medio de cada intervalo:

$$X_i = \frac{(L_i + L_s)}{2}$$

Sirve como valor representativo de la clase.

Evalúa tus progresos

- Representa las características de una población en estudio asociándolas a variables cualitativas ordinales, o cuantitativas discretas y continuas.
- Elabora e interpreta tablas de frecuencias (absolutas, relativas, porcentuales y acumuladas) y selecciona el gráfico adecuado según el tipo de variable y contexto.
- Emplea procedimientos para agrupar datos en intervalos y construir gráficos estadísticos (de barras, circulares, histogramas, polígonos de frecuencias), resolviendo situaciones de organización de datos.
- Sustenta conclusiones a partir de tablas y gráficos, demostrando que organizar y representar datos permite realizar pronósticos, valoraciones o decisiones informadas.

Tablas de distribución de frecuencias para datos agrupados

Una **tabla de distribución de frecuencias para datos agrupados** permite organizar y resumir un conjunto de datos numéricos cuantitativos (especialmente datos continuos o discretos con muchos valores distintos) agrupándolos en intervalos o clases de igual amplitud.

A continuación, se muestran los kilogramos de botellas de plástico recicladas durante una semana.

1,3	2,5	3,4	1,8	2,6	3,5	1,0	2,2	1,3	3,1
2,6	2,7	1,4	1,2	2,0	3,0	1,5	2,7	3,1	1,2

Realizamos los siguientes pasos:

1. Determinamos el número de intervalos (k) con la ecuación $k = \sqrt{n}$, donde n es el número de datos. Entonces: $k = \sqrt{20} = 4{,}47\ldots \approx 5$
2. Encontramos el rango o recorrido (R):
   R = Dato mayor – Dato menor → $R = 3{,}5 - 1{,}0 \rightarrow R = 2{,}5$
3. Determinamos la amplitud del intervalo (A):
   $A = \frac{R}{k} = \frac{2{,}5}{5} = 0{,}5$
4. Formamos los límites del primer intervalo usando A.
   Límite inferior del primer intervalo: $L_i = 1{,}0$
   Límite superior del primer intervalo: $L_s = L_i + A = 1{,}5$
   Primer intervalo: [1,0; 1,5[
5. De manera análoga, continuamos con los demás intervalos. Cerramos el último intervalo por la derecha para incluir el máximo.

Intervalo	X_i	f_i	h_i	%	F_i
[1,0; 1,5[	1,25	6	0,3	30	6
[1,5; 2,0[	1,75	2	0,1	10	8
[2,0; 2,5[	2,25	2	0,1	10	10
[2,5; 3,0[	2,75	5	0,25	25	15
[3,0; 3,5]	3,25	5	0,25	25	20
Total		20		100 %	

Situación: Límites de velocidad

En una vía donde la máxima velocidad permitida es 89 km/h, se midió la velocidad de 200 autos durante 5 días y se elaboró la tabla adjunta.

Se afirma que el 38 % de los autos superaron el límite de velocidad. ¿Estás de acuerdo con esa afirmación? Justifica tu respuesta.

Velocidad (km/h)	N.° de autos
[70; 80[	74
[80; 90[	88
[90; 100[	25
[100; 110]	13

Superaron el límite de velocidad: $25 + 13 = 38 \Longrightarrow \frac{38}{200} \times 100\,\% = 19\,\%$

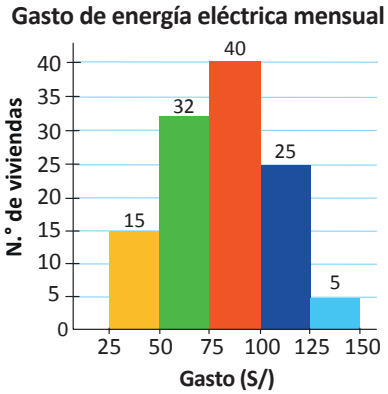
La afirmación es incorrecta, porque el número de autos que superaron la velocidad permitida es 38, lo que representan el 19 % del total.

Gráficos estadísticos para datos agrupados

Situación: Consumo de luz

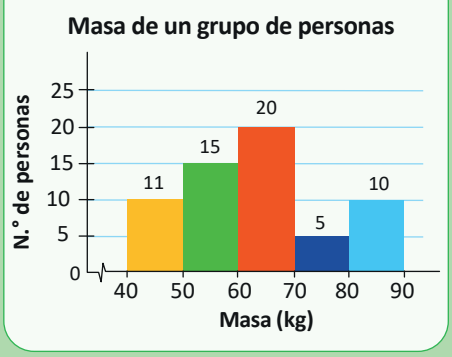
El gráfico muestra el gasto mensual de energía eléctrica en las viviendas de cierta comunidad. ¿En cuántas viviendas se gasta menos de S/75?

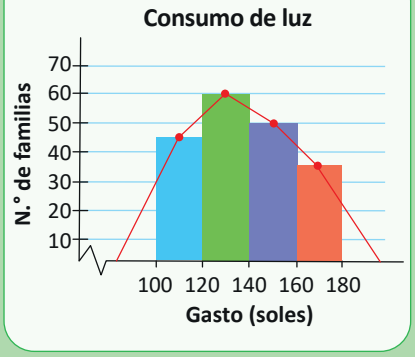
Las viviendas que gastan menos de S/75 están en los dos primeros intervalos:
15 + 32 = 47 viviendas



Según lo visto en la situación anterior, un **histograma** es un gráfico formado por barras contiguas, donde cada una representa un intervalo de valores. Sirve para expresar información sobre datos que están agrupados en intervalos (variable cuantitativa).

Un **polígono de frecuencias** se utiliza principalmente para observar la tendencia o forma de una distribución de datos y comparar conjuntos, especialmente si ellos están agrupados en intervalos.





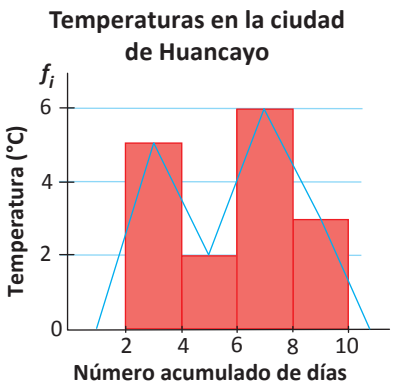
Situación: Temperaturas de una ciudad

Nuri presenta gráficamente las temperaturas de Huancayo registradas a una misma hora del día durante 10 días.

¿Es correcta la selección de la gráfica para representar estas temperaturas?

Las temperaturas diarias registradas a la misma hora son datos no agrupados, y el gráfico más adecuado es una gráfica de líneas, que permite ver la evolución o tendencia de los valores a lo largo de los días.

La gráfica propuesta no es la adecuada.



Ten en cuenta

Para construir un histograma:

- Se marcan los límites de clase en intervalos sobre el eje de las abscisas (eje X).
- El eje vertical (eje Y) representa las frecuencias absolutas (f_i).
- Se construyen rectángulos cuyas bases tienen una longitud igual a la amplitud del intervalo.
- La altura es igual a la frecuencia absoluta (f_i) del intervalo.

Para construir un polígono de frecuencias:

- Se marca el punto medio de cada base superior de los rectángulos.
- Se unen los puntos medios con segmentos de recta y se cierra con puntos de frecuencia cero en los extremos.

Reto matemático

Un estudiante afirma: "Cuando la variable es cualitativa, los datos siempre se organizan en intervalos de clase dentro de una tabla de frecuencias agrupadas". ¿Estás de acuerdo con la afirmación? Justifica tu respuesta.

Actividad lúdica



¡Organízate para el juego! Comprende sus reglas, plantea estrategias para ganar y comunica tus ideas con sentido matemático.

Tu propósito de aprendizaje

Diseña, formula y resuelve ecuaciones lineales de primer grado utilizando números enteros, racionales y operadores dados, validando la estructura y la solución mediante la sustitución de la variable en la expresión matemática.

Practica valores

- Reduce el consumo de plásticos al llevar envases reutilizables que disminuyen la basura total.
- Respeta los turnos asignados en filas, juegos o trabajos, sin intentar adelantarte ni obtener una ventaja injusta.

Algoritmos en la mátrix

1. Situación

Un error de código ha corrompido las ecuaciones que sostienen esta realidad simulada, causando fallos extraños (puertas que no cierran, objetos que flotan).
Ustedes son ingenieros de sistemas de la realidad y deben reparar y regenerar ecuaciones corruptas en tiempo real. Cada ecuación reparada estabiliza un sector de la simulación.



El desafío: resolver ocho ecuaciones críticas. Gana el equipo que logre mayor puntuación de estabilidad, demostrando precisión, eficiencia y creatividad.

2. Reglas

Para abordar esta situación, toma en cuenta las siguientes reglas:

a. Recursos centrales (generados por el sistema):

- Bolsa de fragmentos numéricos (B1): Tarjetas con los datos estables restantes (2; 5; 1; 3; 4; 0,5; 1,25; 6; 0,75; 8; 10; 12).
- Bolsa de operadores (B2): Tarjetas con los comandos de operación que aún funcionan (+, –, ×, ÷). Se sacan dos por ecuación.
- Bolsa de resultados objetivo (B3): Tarjetas con la salida estable que la ecuación debe tener ($x = 2$; $x = 3$; $x = 4$; $x = 5$; $x = 6$; $x = 8$; $x = 10$; $x = 0{,}5$; $x = 1{,}5$; $x = 7$; $x = 9$; $x = 0{,}25$).

b. Participantes y roles por equipo (3-4 integrantes):

- Analista de sistema: Saca las tarjetas de las bolsas centrales. Comunica los recursos disponibles al equipo.
- Programadores: Diseñan la estructura de la ecuación, decidiendo la ubicación de los paréntesis y los valores que se deben crear.
- Ejecutor: Realiza los cálculos para encontrar los valores creados que satisfacen la ecuación.

c. ¿Cómo se juega? (Flujo por ecuación)

El analista de sistema se acerca al centro y saca tres tarjetas:

- 2 fragmentos numéricos (B1)
- 1 resultado objetivo (B3)
- 2 operadores (B2) (estos son cruciales y restrictivos)

Nota: Se extrae sin reemplazo dentro de una ronda y con reemplazo entre rondas.

El equipo debe diseñar una ecuación; por ejemplo, una como la siguiente:

$$\square\, x \,\boxed{\pm}\, \square = \square\, x \,\boxed{\pm}\, \square$$

Además de utilizar los dos fragmentos numéricos, esta debe:

- Utilizar los dos operadores sacados (pueden usarse en cualquier parte de la ecuación).
- Contener paréntesis para crear operaciones compuestas. Ejemplo: $(5 \times 2)x$, $3 + \left(\frac{1}{2}\right)$.
- Incluir valores creados (números inventados por ellos) para completarla.
- Tener como solución el resultado objetivo.

El verificador prueba la ecuación sustituyendo *x*. Si es correcta, la presentan al oracular.

Si no logran construirla, pueden pedir un "reescaneo" (devolver todas las tarjetas y sacar un nuevo conjunto). Esto registra un "intento fallido".

3. Desarrollo

En el transcurso de la actividad, considera los siguientes aspectos:

a. Fase de reconocimiento

Los equipos exploran los recursos (tarjetas con números, operadores y solución), experimentan con patrones y estrategias, y reflexionan sobre cómo usar los operadores.

b. Fase de ejecución

Los equipos resuelven las ecuaciones para estabilizar el sistema. El oracular valida las ecuaciones correctas y aclara las dudas.

c. Fase de finalización

Se revisan los resultados, se comparan las puntuaciones y se anuncia al equipo con mayor puntuación.

4. Reflexión

Responde estas preguntas como guía para autoevaluar lo aprendido:

a. ¿Cómo aseguraron que la ecuación se mantuviera lineal (grado 1) al introducir paréntesis y operaciones compuestas?

b. ¿La restricción de usar operadores específicos (por ejemplo, dos divisiones) hizo más difícil encontrar una solución? ¿Cómo adaptaron su estrategia?

c. ¿Qué estrategia usaron para "inventar" los números que faltaban? ¿Probaban números al azar o despejaban la variable mentalmente para saber qué número necesitaban crear?

d. ¿Por qué el paso de sustituir el valor de *x* es una prueba infalible para verificar su solución?

Evalúa tus progresos

- Representa la estructura de la ecuación con símbolos, números y operadores, explicando cómo se organizo para obtener el resultado objetivo correcto.
- Emplea la jerarquía de operaciones y las propiedades de la igualdad para resolver la ecuación, verificando la precisión sustituyendo el valor de la variable.
- Justifica que las ecuaciones conservan la equivalencia y explica restricciones y sustenta con ejemplos la validez del procedimiento y solución.

UNIDAD

4

Elaboramos productos lácteos y de cacao con impacto económico y ambiental

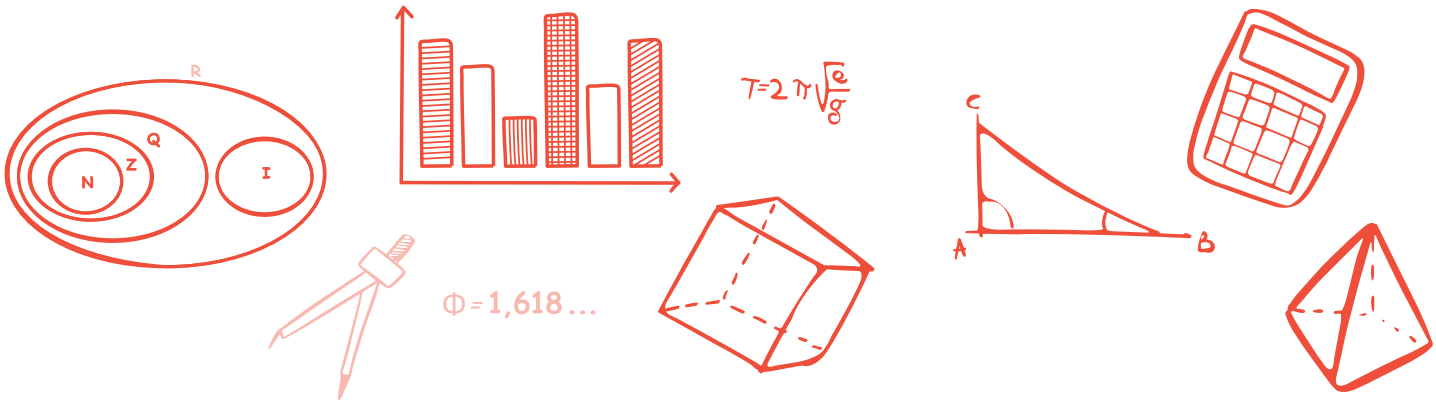


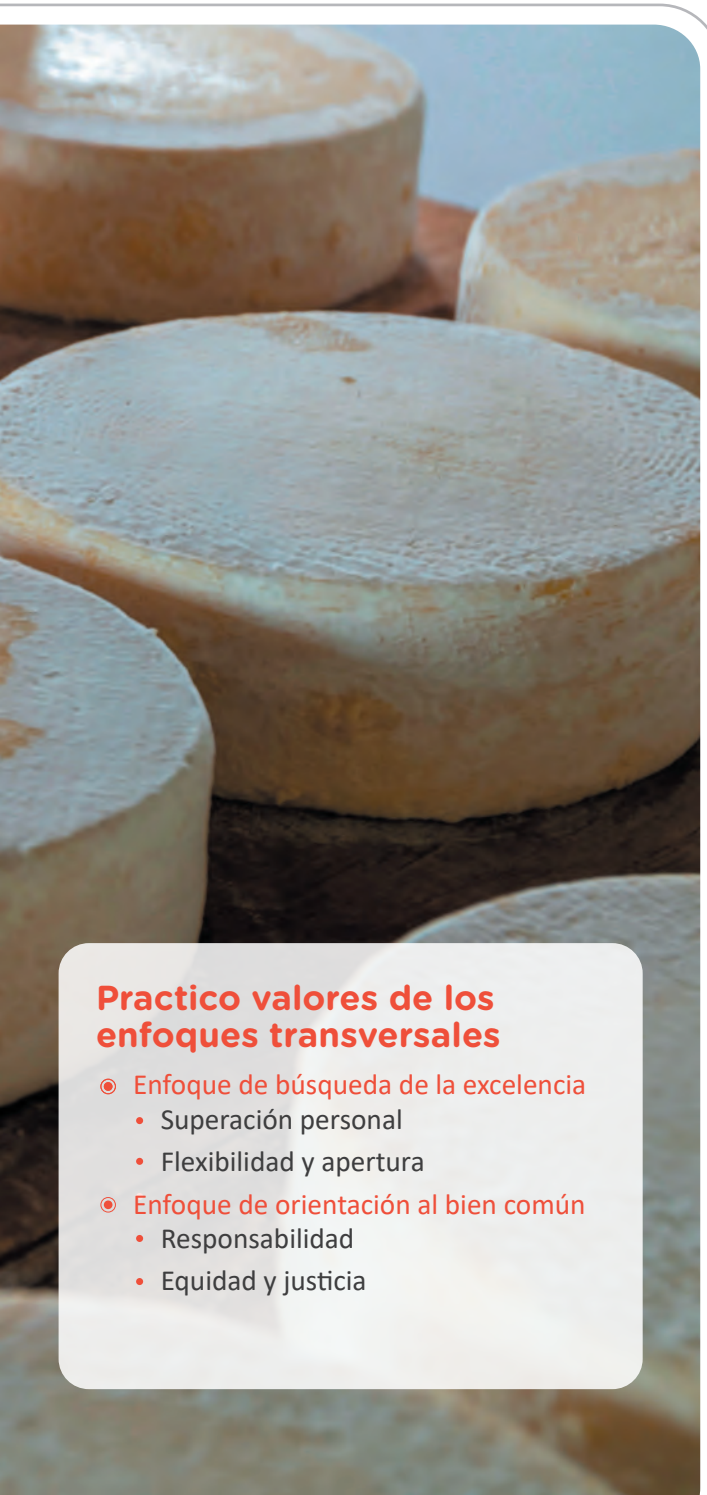
OBJETIVO DE DESARROLLO SOSTENIBLE

12 PRODUCCIÓN Y CONSUMO RESPONSABLES

Este objetivo impulsa la transformación hacia sistemas de producción y consumo que utilicen eficientemente los recursos, minimicen los impactos ambientales y fomenten prácticas responsables en todos los sectores.
Estas son algunas acciones que se deben promover:

- La reducción del desperdicio de alimentos e insumos en toda la cadena productiva.
- El fortalecimiento de cadenas de valor sostenibles en los sectores lácteo, agrícola y alimentario.
- Las buenas prácticas agrícolas, ganaderas y de manejo responsable de los recursos.





Fuente: Shutterstock (2024).

Practico valores de los enfoques transversales

- Enfoque de búsqueda de la excelencia
  - Superación personal
  - Flexibilidad y apertura
- Enfoque de orientación al bien común
  - Responsabilidad
  - Equidad y justicia

En esta unidad...

Desarrollo mis competencias

- Resuelve problemas de cantidad
- Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Construyo mis conocimientos

Impuesto general a las ventas (IGV) y variación porcentual

- Impuesto general a las ventas (IGV)
- Variación porcentual

Descuentos y aumentos porcentuales sucesivos

- Descuentos porcentuales sucesivos
- Aumentos porcentuales sucesivos

Inecuaciones lineales de las formas $ax \pm b < 0$, $ax \pm b > 0$, $ax \pm b \leq 0$, $ax \pm b \geq 0$, $\forall\, a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0$

- Definición y propiedades

Función lineal

- Función lineal y su representación
- Pendiente de la gráfica de una función lineal
- Función lineal afín y su representación

Investigamos



Analiza críticamente cada situación, asume un rol, usa el anexo, resuelve y sustenta tus soluciones con ideas matemáticas.

SITUACIÓN
Lácteos sostenibles y rentables

En Perú, más del 40 % de la producción de leche se destina a la elaboración de derivados lácteos. No obstante, los productores enfrentan desafíos como los precios bajos, dificultades en el transporte, altos costos de producción y la competencia de productos sustitutos.

En el rol de **asesor de producción y comercialización**, tu tarea es analizar datos de producción, ventas y precios de distintos productos lácteos para proponer decisiones que mejoren la rentabilidad del negocio.

Central



QUESOS GENERAN MAYOR RENTABILIDAD A PEQUEÑOS PRODUCTORES

Derivados lácteos impulsan la economía andina

Fuente: *El Peruano* (2023).

¿Cómo puedes analizar, modelar y representar la producción, los costos y la comercialización de productos lácteos para tomar decisiones que mejoren la rentabilidad y sostenibilidad del negocio?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo A):

- **Indaga** información sobre la producción de leche en tu región. Analiza y reconoce cómo ha variado en los últimos años.
- **Estima** los costos totales de producción de derivados lácteos, como queso, manjar y yogur, considerando materias primas, mano de obra, transporte, entre otros factores relevantes.
- **Establece** un precio de venta para el producto, añadiendo un porcentaje de ganancia sobre el costo de producción (incluyendo los de materia prima, mano de obra, etc.).
- **Relaciona** el precio de venta de un producto, su costo de producción y la cantidad vendida, y plantea una inecuación de modo que la ganancia total sea al menos igual a una meta establecida superior al costo.
- **Evalúa** diferentes escenarios de comercialización, considerando la aplicación de promociones o descuentos para cada tipo de producto, y analiza su impacto en los ingresos.
- **Modela** mediante una función la relación entre la cantidad de productos lácteos producidos y los costos de producción. Describe y analiza el comportamiento de esa relación.

SITUACIÓN
Decisiones sostenibles con cacao

En diversas regiones del Perú, el cacao es un cultivo de gran importancia económica. Las familias productoras no solo venden el grano seco, sino que han empezado a transformarlo en productos con mayor valor agregado, como los chocolates en barra, los bombones artesanales y la pasta de cacao. Sin embargo, enfrentan el reto de hacer rentable su producción en medio de altos costos, baja tecnología y competencia de marcas grandes.

Como parte del equipo de asesoría de una cooperativa de pequeños productores de cacao, deberás proponer estrategias para mejorar los ingresos de tu emprendimiento familiar.

Economía



MEJORAN SUS NIVELES DE RENTABILIDAD

Mayor precio del cacao beneficia a productores

Grano superó los 5,500 dólares la tonelada en mercado internacional.

Fuente: *El Peruano* (2024).

¿Cómo puedes analizar, modelar y representar la producción, los costos y la comercialización de productos derivados del cacao para tomar decisiones que mejoren la rentabilidad y sostenibilidad de tu negocio familiar?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo B):

- **Indaga** información sobre datos de producción de cacao en los últimos dos años, calcula la variación porcentual y proyecta la tendencia para los siguientes años según la información de tu región o país.
- **Estima** los costos totales de producción de derivados del cacao, considerando materia prima, mano de obra, transporte y otros factores importantes.
- **Establece** un precio de venta rentable para cada producto, sumando un porcentaje de ganancia al costo total y analizando la demanda estimada en tu comunidad.
- **Relaciona** el precio de venta de un producto, su costo de producción y la cantidad vendida, y plantea una inecuación de modo que la ganancia total sea al menos igual a una meta establecida superior al costo.
- **Evalúa** promociones y descuentos aplicados a cada producto, analiza el impacto en los ingresos totales y decide qué opción conviene más para aumentar las ventas.
- **Modela** con una función lineal la relación entre la cantidad de productos elaborados y el costo total de producción. Representa esta información en una tabla y un gráfico.

Anexo A: Lácteos sostenibles y rentables

1. Producción de toneladas de leche y unidades de vaca de ordeño por región (enero-septiembre, 2023-2024)

Departamento	Producción (toneladas)		Variación (2024/2023)		Vacas de ordeño (unidades)		Variación	
	2023	2024	%	t	2023	2024	%	Unidades
Cajamarca	294 225	293 383			167 602	170 795		
Lima	265 495	265 342			71 443	74 706		
Arequipa	254 861	247 067			69 581	64 417		
Puno	111 962	118 199			76 110	75 680		
La Libertad	129 517	131 353			56 224	56 355		
Cusco	106 787	105 599			83 456	81 307		
Amazonas	82 167	81 968			81 946	80 546		
Ica	75 061	73 912			19 503	20 337		
Huánuco	49 161	48 420			39 372	41 065		
Junín	45 614	48 420			41 632	41 682		
Ayacucho	39 487	38 630			17 688	18 607		
Piura	35 588	35 745			25 611	24 806		
Lambayeque	32 703	32 146			17 660	18 307		
Pasco	29 352	30 459			31 312	33 540		
Apurímac	26 859	26 344			27 663	27 465		
San Martín	26 873	26 390			20 362	20 404		
Áncash	17 253	17 981			18 218	19 724		
Tacna	17 327	17 539			5398	5528		
Huancavelica	16 460	16 121			13 837	13 583		
Moquegua	13 317	13 352			5728	5742		
Ucayali	3015	2876			3074	2695		
Madre de Dios	1025	1053			961	897		
Loreto	1029	983			1141	1137		
Tumbes	235	230			306	309		

Fuente: Midagri (2024).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

2. Tablas referenciales para los costos de producción de ciertos productos lácteos (queso, manjar o yogur)

- Costos de materia prima para la elaboración de un producto lácteo

Materia prima	Cantidad	Costo (S/)
Leche fresca (litros)	3	7,50
Cultivos lácticos		
Sal		
⋮		
Total		

- Costo total de producción

Producto	Cantidad	Materia prima (S/)	Mano de obra (S/)	Transporte (S/)	Otros (S/)	Costo total (S/)
Queso	1 molde (1 kg)	5,50	1,50	0,70	0,80	8,50
Manjar						
Yogur						

3. Tabla referencial para establecer el precio de venta con porcentaje de ganancia según la demanda del mercado

Producto	Costo total (S/)	Porcentaje de ganancia (40 %)	Precio de venta (S/)
Queso			
Manjar			
Yogur			
Total			

4. Tabla referencial para un escenario de oferta con descuentos

Escenario	Precio (S/)
Sin descuento	
Descuento de 10 %	
Descuento de 10 % + 5 %	
Descuento de 15 %	
Descuento de 10 % + 10 %	

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

5. Modelo mediante una función lineal

Plantea la siguiente relación entre la cantidad de unidades producidas y el costo total de producción. Organiza los datos en una tabla y representa gráficamente.

$$C(x) = mx + b$$

Donde:

x: cantidad de unidades producidas

$C(x)$: costo total

m: costo variable por unidad

b: costo fijo total

Anexo B: Decisiones sostenibles con cacao

1. Producción regional de cacao en grano 2022-2023 (toneladas)

Departamento	Producción (toneladas)		Variación (2022-2023)	
	2022	2023	%	t
San Martín	66 413	64 913		
Junín	31 860	33 542		
Ucayali	22 724	18 887		
Huánuco	16 602	16 949		
Cusco	8042	10 222		
Ayacucho	6607	5769		
Amazonas	4858	5105		
Pasco	6633	3155		
Piura	2177	1808		
Cajamarca	1226	1218		
Otros departamentos	4918	5168		

Fuente: Midagri (2024).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

2. Tabla sugerida para la organización de los costos de producción

Investiga en tu comunidad los costos de producción de productos derivados del cacao, como la pasta de cacao, el chocolate en barra, entre otros.

- Costos de materia prima para la elaboración de un producto

Materia prima	Cantidad	Costo (S/)
Granos de cacao		
Azúcar		
Leche		
⋮		
Total		

- Estimación de los costos de producción

Producto	Materia prima (S/)	Mano de obra (S/)	Transporte (S/)	Otros (S/)	Costo total (S/)
Chocolate puro					
Chocolate de leche					
⋮					

3. Precio de venta con porcentaje de ganancia según la demanda del mercado

Producto	Costo total (S/)	Porcentaje de ganancia (40 %)	Precio de venta (S/)
Chocolate puro			
Chocolate de leche			
⋮			
Total			

4. Escenario de descuentos sucesivos

Escenario	Precio (S/)
Sin descuento	
Descuento de 10 %	
Descuento de 10 % + 5 %	
Descuento de 15 %	
Descuento de 10 % + 10 %	

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Exploramos



¡Tú puedes! Recuerda tus aprendizajes previos y descubre cómo aplicarlos en estos nuevos retos.

1. Descuento en tienda

Mili y Lilia están en una tienda de calzado y ven un anuncio con los precios originales de dos modelos de zapatos junto con la siguiente oferta:



- Lilia afirma: "Por los zapatos azules pagaré S/75".
- Mili señala: "Por los zapatos negros pagaré S/115".

a. ¿Estás de acuerdo con sus afirmaciones? Justifica tu respuesta.

b. ¿Cuánto dinero ahorran en total, respecto al precio original, si compran ambos pares con el descuento?

2. Precios, descuentos y ganancias

Una empresa fija el precio de venta de cada litro de helado en S/20, de modo que se obtiene una ganancia de 25 % respecto al costo. Para atraer clientes, decide ofrecer un descuento del 10 % sobre el precio de venta.

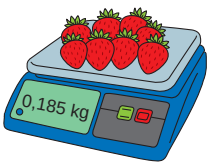


a. ¿Qué monto en soles representa ahora la ganancia por cada litro vendido con el descuento?

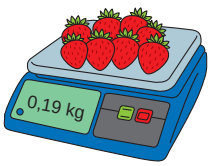
b. ¿Es correcto afirmar que, si el descuento es del 25 % sobre el precio de venta, ya no hay ganancia? Justifica tu respuesta.

3. Registro en balanzas

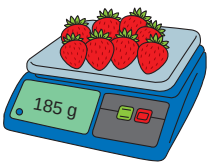
Jaime selecciona cuatro grupos de ocho fresas (no necesariamente con igual masa) y los pone en cuatro balanzas con distintas precisiones. A continuación, se muestran los registros obtenidos sin redondeo:



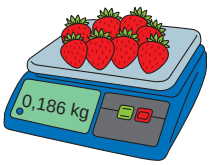
Balanza 1



Balanza 2



Balanza 3



Balanza 4

a. Explica por qué los registros de las balanzas difieren según su precisión.

b. Jaime afirma: "El valor mostrado en la balanza 4 es mayor que el de la balanza 2". ¿Es correcta su afirmación? Justifica con ejemplos.

c. ¿Cuál es la masa total de las fresas que Jaime ha colocado en las cuatro balanzas? (Expresa el resultado en kilogramos y en gramos).

4. Rebaja de precios

Ximena está registrando los precios de etiqueta, los descuentos en porcentaje y en soles, y los precios de venta final de algunos artículos. Ayúdala a completar la tabla y explica.

Producto	Precio de etiqueta (S/)	Descuento sobre el precio de etiqueta (%)	Descuento sobre el precio de etiqueta (S/)	Precio de venta final (S/)
		20		96
	25		2,50	
		15	13,50	

5. Conversión de unidades de masa

Julio tiene dos bolsas de arroz: una de 2 kg y otra de 750 g. ¿Cuántos kilogramos de arroz tiene en total?

A continuación, se muestra el procedimiento que realizó Julio:

Se tiene:

- Bolsa 1: 2 kg
- Bolsa 2: 750 g

Se suman ambas cantidades:

2 + 750 = 752

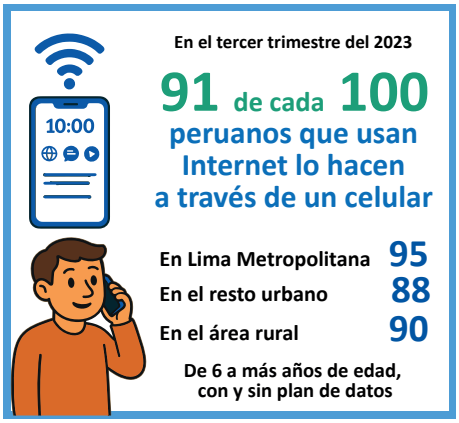
Por lo tanto, tiene 752 kilogramos de arroz en total.

¿El procedimiento es correcto? En caso de no serlo, identifica el error y escribe paso a paso el procedimiento correcto.

6. Conectados por celular

Actualmente, el acceso a Internet es esencial para todos. En cierto distrito de una región del Perú, el celular es el medio principal para mantenerse conectado, como sugiere el afiche.

Información de la población del distrito	
Población total (2023)	54 240 habitantes
Porcentaje población urbana	40 %
Porcentaje población rural	60 %



Fuente: INEI (2024). Imagen adaptada.

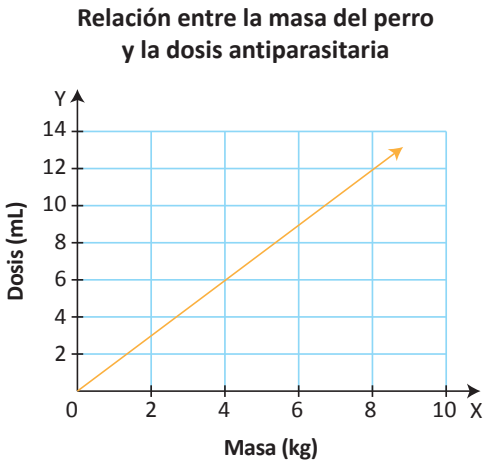
Supón que el porcentaje de personas que usan el celular para mantenerse conectadas aplica a toda la población del grupo urbano-rural.

a. ¿Cuántos pobladores de dicho distrito corresponden al área rural y urbana, respectivamente?

b. De acuerdo con los datos del afiche, ¿cuántos habitantes de dicho distrito (grupo urbano-rural) utilizan el celular para acceder a Internet?

1. Medicamento en gotas

Un centro veterinario aplica dosis antiparasitarias a perros según su masa. Observa la gráfica.



a. Si llega un perrito de 4 kg y otro de 8 kg, ¿cómo calcularías cuántos mililitros (mL) de dosis debe recibir cada uno?

b. ¿Cuál es la dosis que recibiría un perro de *n* kilogramos?

c. ¿Es correcto afirmar que la dosis tiene una relación inversamente proporcional con la masa del perro? Justifica tu respuesta.

2. Compra de adoquines

Un albañil necesita adquirir bloques de concreto para pavimentar el patio de un colegio.



a. Completa la tabla y responde.

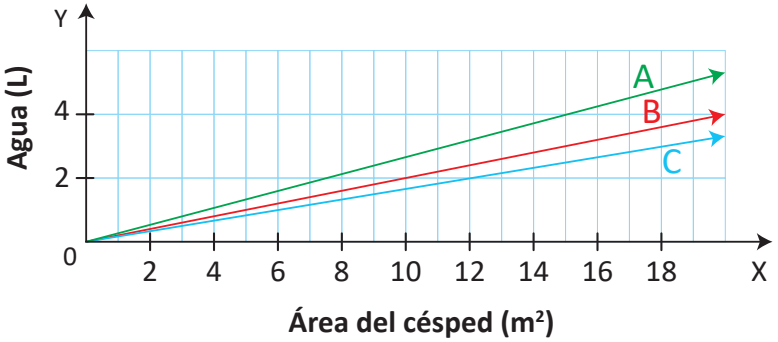
Millares de bloques	1	3	7	10
Precio total (miles de S/)				

¿Cuál sería el precio en soles por la compra de *n* millares de bloques?

b. Justifica si la relación entre la cantidad de bloques y el precio total corresponde a una función lineal.

3. Sistemas de riego

El gráfico mostrado representa la relación entre el consumo de litros de agua (eje Y) y los metros cuadrados de césped regados (eje X) que se da de forma constante para tres tipos de sistemas de riego automático: A, B y C.



a. ¿Qué indica el hecho de que todas las líneas de los sistemas de riego pasen exactamente por el origen? ¿Cómo se interpreta esto en relación con el uso del agua?

b. ¿Qué sistema de riego recomendarías a una comunidad con escasez de agua?, ¿por qué?

c. ¿Un sistema de riego cuya gráfica es más inclinada respecto al eje X sería más o menos recomendable para el riego del césped?

4. Traducción de expresiones

Completa la siguiente tabla con la expresión algebraica que corresponde a cada expresión verbal y su respectivo conjunto solución (C. S.). Define en cada caso su variable.

Expresión verbal	Expresión algebraica	C. S.
Los participantes deben tener más de 12 años, pero menos de 18 años.		
Solo se permite participar a quienes hayan obtenido entre 10 y 90 puntos en una primera fase.		
Se necesitan al menos 50 firmas para validar una postulación.		
La cantidad de equipos inscritos no debe superar los 25 equipos.		

5. Resolución de una inecuación

Observa la resolución de la siguiente inecuación lineal (donde $x \in \mathbb{Z}$):

$$2(x - 4) \leq 6$$
$$2x - 4 \leq 6$$
$$2x \leq 6 - 4$$
$$2x \leq 2$$
$$x \leq 1$$

a. ¿El procedimiento es correcto? En caso de no serlo, identifica el error y escribe paso a paso el procedimiento correcto.

b. Halla el conjunto solución y represéntalo en la recta numérica.

c. ¿El conjunto solución de una inecuación del tipo $x \leq a$ incluye al número a? Justifica tu respuesta.

6. Etiqueta nutricional

A continuación, se muestra la información de la etiqueta nutricional de cierto cereal para determinar si es una opción saludable.

INFORMACIÓN NUTRICIONAL

Contenido energético por envase: 513 Kcal / 2141,5 KJ	
Por porción de:	100 g
Contenido energético	103 Kcal / 428 KJ
Proteínas:	12 g
Grasas totales:	6 g
Grasas saturadas:	2 g
Grasas trans:	35 mg
Carbohidratos disponibles:	30 g
Azúcares libres:	15 g
Fibra dietética:	3,5 g
Sodio:	500 mg

La **Organización Mundial de la Salud (OMS)** recomienda que los adultos consuman menos de 2000 miligramos (mg) de sodio al día, lo que equivale a menos de 5 gramos de sal.

También aconseja reducir la ingesta de azúcares libres a menos del 10 % de la ingesta calórica total diaria, lo que se traduce en no más de 50 gramos de azúcar para una dieta de 2000 calorías.

a. Con base en los límites recomendados por la OMS (de sodio y azúcar al día), determina cuántas porciones máximas de cereal se pueden consumir (indica un número entero de porciones).

b. Entre el sodio y los azúcares libres, ¿cuál hace que puedas comer menos cantidad de cereal sin superar los límites recomendados por la OMS?

Desarrollamos



Interpreta situaciones, muestra resoluciones, explica ideas matemáticas y profundiza estos aprendizajes.

Tu propósito de aprendizaje

Establece y resuelve relaciones entre datos de descuentos porcentuales sucesivos y únicos, empleando estrategias de cálculo y justificación de procedimientos para tomar decisiones informadas en situaciones comerciales.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Realiza tus actividades con responsabilidad.
- Sé flexible en el trabajo en grupo y mejora continuamente con actitud de superación personal.

Pensamos y actuamos

Luciana quiere comprar una casaca cuyo precio original es de S/200. En la tienda A, le ofrecen un 10 % de descuento y, si paga con tarjeta, recibe un 5 % adicional sobre el precio ya rebajado. En la tienda B, le ofrecen un descuento único del 15 %.

¿Cuál es el precio final que pagará Luciana en cada tienda? ¿Cuál de las dos opciones es más conveniente? ¿Qué observas al comparar un descuento único con dos descuentos sucesivos?



1. **Representa el precio de la casaca (S/200) con billetes de S/10 y fichas de S/1 (recortables de papel).**

   Tienda A: Retira el 10 % y luego el 5 % del monto restante.

   Tienda B: Retira directamente el 15 %.

   a. ¿Cuál de las dos opciones deja más billetes y monedas en la mesa?
   b. ¿Por qué no es lo mismo aplicar 10 % + 5 % que un único 15 %?
   c. ¿Sobre qué cantidad se aplica el segundo descuento?

2. **Analiza los descuentos únicos y los descuentos sucesivos.**

   a. ¿Qué significa aplicar el 10 % a 200?
   b. ¿Qué sucede cuando aplicamos el 5 % al precio ya rebajado? ¿Qué diferencia encuentras frente a aplicar el 15 % una sola vez?
   c. ¿Por qué los descuentos no se suman directamente (10 % + 5 %)?

3. **Completa esta tabla comparativa con tus cálculos.**

Tienda	Precio inicial (S/)	1.er desc. (sobre el precio inicial)	Precio intermedio (S/)	2.° desc. (sobre el precio descontado)	Precio final (S/)	Desc. total (%)
A	200					
B	200					

¿Qué construimos?

En un aula, cuatro estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
Dos descuentos sucesivos del 10 % y 5 % equivalen a un solo descuento del 15 %.	El descuento único que resulta de aplicar dos descuentos sucesivos siempre es menor que la suma de esos dos porcentajes de descuento.
Estudiante 3	**Estudiante 4**
El segundo descuento se aplica sobre el precio inicial.	El orden de los descuentos no cambia el precio final.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Establece y comunica la relación entre los descuentos porcentuales sucesivos y el descuento único equivalente.
- Emplea estrategias de cálculo para hallar el descuento total y el precio final al aplicar descuentos sucesivos.
- Argumenta con ejemplos si la suma simple de descuentos porcentuales sucesivos es igual al descuento único equivalente.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **En un supermercado, una crema corporal con un precio original de S/45 tiene una oferta especial: un descuento del 15 % y, si eres cliente frecuente de la tienda, un descuento adicional del 10 % sobre el precio ya rebajado. ¿Cuál es el precio final de la crema? ¿A cuánto equivale el descuento total en soles?**



2. **Juan está renovando su cocina y ve una estufa que originalmente cuesta S/1800. La tienda ofrece dos opciones de descuento:**
Opción A: Un descuento único del 35 %.
Opción B: Dos descuentos sucesivos, el primero del 20 % y el segundo del 15 %.
¿Qué opción le conviene escoger a Juan, si desea ahorrar dinero?



3. **Marta quiere comprar un televisor que cuesta S/2500. En la tienda, le ofrecen un descuento por fin de temporada del 25 %. Además, por ser una clienta frecuente, le aplican un descuento extra del 10 % sobre el precio con la primera rebaja. Como Marta paga en efectivo, recibe un tercer descuento del 5 %. ¿Cuánto termina pagando Marta por el televisor?**

Tu propósito de aprendizaje

Resuelve inecuaciones lineales de primer grado, representa su conjunto solución en la recta numérica y justifica los procedimientos para validar la veracidad de las desigualdades.

Pensamos y actuamos

Durante una jornada de actividades matemáticas en el colegio, se ha organizado el juego "¡Atrapa la solución!", en el que cada estudiante asume el rol de detective algebraico, cuya misión es identificar qué valores cumplen ciertas condiciones representadas por inecuaciones de primer grado con una variable.



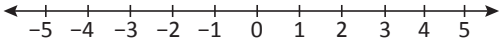
1. Completa la tabla de valores para cada una de estas inecuaciones. Luego deduce el C. S.

- **Tarjeta A:** $2x + 1 < 7$
- **Tarjeta B:** $3x - 5 \geq 1$
- **Tarjeta C:** $-x + 4 > 1$
- **Tarjeta D:** $5x + 2 \leq 12$

Ejemplo con tarjeta A: $2x + 1 < 7$

x	$2x + 1 < 7$	¿Cumple?
3	$7 < 7$	No
2		
0		
−3		
⋮		

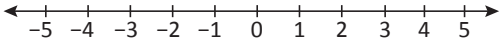
C. S. =



Ejemplo con tarjeta B: $3x - 5 \geq 1$

x	$3x - 5 \geq 1$	¿Cumple?
0		
1		
2		
3		
⋮		

C. S. =



2. Representa en la recta numérica el conjunto solución (C. S.) de estas inecuaciones: $-x + 4 > 1$; $5x + 2 \leq 12$.

a. ¿Qué relación encuentras entre el signo de desigualdad y el tipo de representación en la recta numérica?

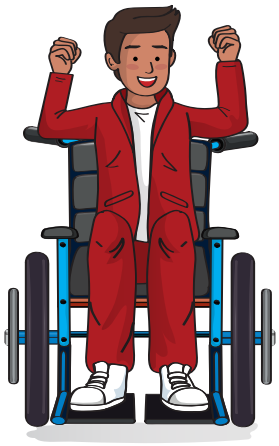
b. ¿Por qué algunos puntos están incluidos en la solución y otros no?

c. ¿Cuál es la diferencia entre "<" y "≤"?, ¿y entre ">" y "≥"?

d. Si un compañero responde que la solución de la tarjeta B es "$x > 2$", ¿estarías de acuerdo? ¿Cómo puedes justificar tu respuesta?

e. ¿Qué estrategias te ayudaron a encontrar el conjunto solución sin necesidad de probar muchos valores?

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Muestra perseverancia ante los desafíos encontrados en tus tareas.
- Cuida los materiales de trabajo que utilizas, tanto los propios como los compartidos.

¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
El conjunto solución de la inecuación $2x + 1 < 7$ incluye infinitos valores enteros que hacen verdadera la desigualdad.	Como la inecuación $2x + 1 < 7$ tiene el signo "menor que", su conjunto solución solo puede tener números negativos.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

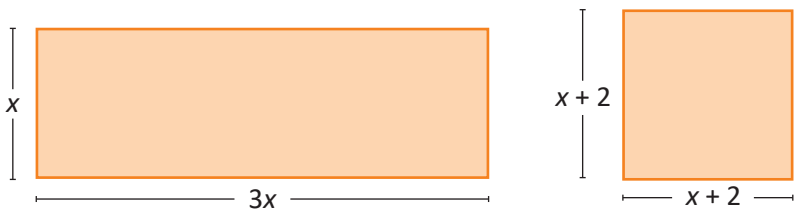
Evalúa tus progresos

- Representa y expresa el conjunto solución en la recta numérica utilizando correctamente la simbología y relacionando con el signo de la desigualdad.
- Emplea propiedades algebraicas para despejar la variable y verificar el conjunto solución con ejemplos.
- Argumenta con ejemplos la infinitud del conjunto solución y corrige ideas erróneas sobre signos o números.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **En un almacén se guardan listones de madera cuyas longitudes están entre 1 y 3 metros, y varillas de fierro de entre 2 y 6 metros. Representa con expresiones algebraicas las longitudes mencionadas.**
2. **El doble de la edad de un niño, aumentado en 5, varía entre 7 y 15 años. ¿Entre qué valores se encuentra el triple de su edad disminuida en 1?**
3. **El perímetro de un rectángulo de lados x y $3x$ no es mayor que el de un cuadrado de lado $(x + 2)$. ¿Qué valores puede tomar x?**



4. **Si al triple de la cantidad de canicas que tiene Iván se le agrega 13, resulta una cantidad menor que 25. ¿Cuántas canicas tiene Iván?**
5. **Antonio tiene una cierta cantidad de dinero, y ahorra de tal manera que en una semana triplica lo que tiene; además, recibe una propina de S/10 de su tío Mario, con lo cual ahora tiene más de S/40. ¿Cuánto dinero tenía al inicio como mínimo, si se sabe que es una cantidad entera de soles?**

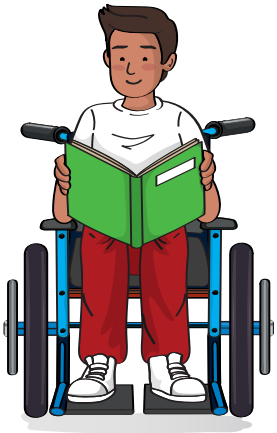


Fuente: shutterstock (2025).

Tu propósito de aprendizaje

Modela una situación cotidiana usando una función lineal, representa su comportamiento en tablas y gráficos, y justifica las propiedades de la función a partir de sus diferentes representaciones.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Escucha con atención y respeto las ideas y opiniones de tus compañeros, aunque sean distintas a las tuyas.
- Demuestra compromiso con los objetivos de aprendizaje, esforzándote por alcanzarlos.

Pensamos y actuamos

Para dar clases particulares, Fiorella cobra una tarifa base de S/15 por la inscripción y luego S/35 por cada hora de clase. Ella quiere anticipar sus ingresos según la cantidad de horas que dicte, considerando que hay una tarifa base fija y un costo adicional por hora.

Tu reto es ayudar a Fiorella a representar esta situación y calcular sus ingresos.



1. Analiza y responde:

a. ¿Cuál sería su ingreso si dicta 1 hora?
b. ¿Cuál sería su ingreso si dicta 2 horas?
c. ¿Cuál sería su ingreso si dicta 8 horas?
d. Completa la siguiente tabla:

Horas dictadas	Ingreso total (S/)
0	
1	
2	
3	
5	
8	

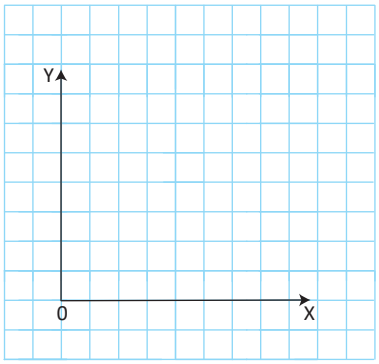
2. Observa los datos de la tabla anterior y responde.

a. ¿Qué relación existe entre las horas dictadas y el ingreso total?
b. ¿Qué representa el número 35 en esta situación?, ¿y el número 15?
c. ¿Cuál sería el ingreso total de Fiorella si dicta 10 horas?
d. ¿Puedes determinar una expresión que te permita saber el ingreso total para cualquier número de horas dictadas?
e. Si la expresión que propusiste tiene la forma $f(x) = mx + b$, ¿cuánto vale m? ¿Y cuánto vale b en esta situación?

3. Representa gráficamente.

a. Ubica en el plano cartesiano (ver siguiente página) los puntos obtenidos en la tabla.
b. Une los puntos y analiza la forma de la gráfica.

c. ¿Qué tipo de línea se forma?, ¿es recta? ¿La gráfica pasa por el origen? ¿Qué indica esto sobre el valor inicial de la función?



¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
En una función lineal, el valor de la variable dependiente varía de manera constante respecto a la variable independiente.	Toda función que tiene como gráfica una línea recta pasa necesariamente por el origen del plano cartesiano.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones y modela ingresos cotidianos mediante una función lineal $f(x) = mx + b$, identificando la variable independiente, la pendiente y el término independiente.
- Representa la función lineal en registros tabular, gráfico y algebraico, demostrando la equivalencia entre representaciones al completar valores y graficar puntos en el plano cartesiano.
- Justifica el comportamiento de la función lineal, explicando con ejemplos el significado de la pendiente como razón de cambio y del intercepto en el contexto.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **En un centro de fotocopiado se paga S/2 por apertura de archivo y S/0,30 por página.**
   a. Expresa $C(p)$.
   b. Calcula $C(15)$ y $C(50)$.
2. **Dana revisa artículos y cobra S/50 de tarifa base más S/12 por página; es decir, $C(p) = 50 + 12p$.**
   a. Un autor pagó S/194 por el servicio de revisión.. ¿Cuántas páginas tenía su artículo?
   b. Si otro autor solo dispone de S/350, ¿cuál es el máximo número de páginas que puede enviar a revisar?
3. **Un taller de bicicletas ofrece el paquete "ajuste + cambio de accesorios". Se registran estos cobros:**
   - **2 bicicletas ⟹ S/86**
   - **5 bicicletas ⟹ S/143**
   - **8 bicicletas ⟹ S/200**
   a. Verifica si la relación costo-cantidad es lineal.
   b. Halla la función $C(n)$ y el cargo fijo del taller.
   c. Estima el costo para las 12 bicicletas de un equipo escolar.

FORMALIZAMOS



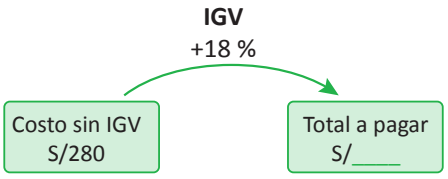
Interpreta los ejemplos, estructura tus ideas, dialoga y reflexiona para dar sentido a las ideas matemáticas en tus desafíos.

IMPUESTO GENERAL A LAS VENTAS (IGV) Y VARIACIÓN PORCENTUAL

Impuesto general a las ventas (IGV)

Situación: Pago de hospedaje

Raquel se va de vacaciones a la ciudad del Cusco. El costo por día de alojamiento en un hotel, sin IGV, es S/280. ¿Cuánto pagará por día de alojamiento, incluyendo el IGV?

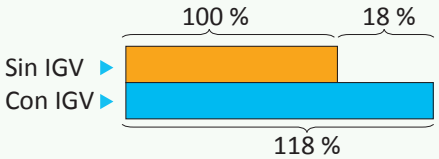


Calculamos el monto del IGV: 18 % de 280 ⟹ 0,18 (280) = S/50,40

Sumamos el IGV al costo base: Total a pagar = 280 + 50,40 = S/330,40

El total a pagar, incluyendo el IGV, es S/330,40.

Como se aprecia en la situación anterior, el **Impuesto general a las ventas (IGV)** es el impuesto que se aplica sobre la venta de bienes, la prestación de servicios, los contratos de construcción y la importación de bienes. Se calcula sobre el valor de venta (base imponible).



Precio sin IGV	100 %
Precio con IGV	118 %

Precio con IGV = (100 % + 18 %) × Precio sin IGV

Precio con IGV = 1,18 × Precio sin IGV

Situación: Compra de computadora

Luis planifica la compra *online* de una computadora. Se le presentan estas dos opciones:

Opción 1: S/2200 + IGV + entrega a domicilio gratis

Opción 2: S/2530 incluido IGV + S/39 de entrega a domicilio

¿Es correcto afirmar que Luis se ahorra S/27 si elige la opción 1? Sustenta tu respuesta.

Opción 1	Opción 2
Gasto total = 2200 + 0,18 (2200) Gasto total = 2200 + 396 Gasto total = S/2596	Gasto total = 2530 + 39 Gasto total = S/2569

Finalmente, al comparar los resultados, la opción 2 representa un menor gasto total, con una diferencia de:

2596 – 2569 = S/27

Por tanto, es incorrecto afirmar que Luis gastará menos si elige la opción 1.

¿Sabías que...?

El IGV forma parte del precio de los productos que compramos, como alimentos lácteos y agrícolas. Gracias a este impuesto, el Estado mejora servicios públicos y promueve una producción responsable, que reduce impactos ambientales y favorece negocios formales y sostenibles en el Perú.

Recuerda

Existen estrategias de cálculo para hallar porcentajes de manera más sencilla.

Ejemplo: Calcula el 20 % de 80.

Porcentaje	Expresión numérica
100 %	80
20 %	16

÷ 5 ÷ 5

El 20 % de 80 es 16.

Practica valores

- Usa el tiempo de trabajo eficientemente evitando distracciones que impidan cumplir metas del grupo.
- Demuestra flexibilidad y apertura para escuchar, y corrige errores con humildad.

Variación porcentual

Situación: Variación de ganancias mensuales

La empresa Salditos revisa su reporte de ganancias. ¿Cuál fue la variación porcentual en sus ganancias respecto a mayo?

Ganancia (S/)	
Mayo	**Junio**
130 000	170 000



Fuente: Shutterstock (2025).

Comparando las ganancias, observamos que hubo un aumento.

$170\,000 - 130\,000 = 40\,000$

Calculamos la variación porcentual: $\frac{40\,000}{130\,000} \times 100\,\% = 30{,}77\,\%$ (redondeado a dos decimales)

La variación porcentual de mayo a junio significó un aumento de 30,77 %.

Tal como se vio en el caso presentado, la **variación porcentual** es el cambio relativo entre dos valores (inicial y final), expresado como un porcentaje del valor inicial. Indica qué porcentaje del valor inicial es el aumento o disminución que ha experimentado una cantidad.

Se expresa simbólicamente así: $\Delta\,\% = \left(\frac{V_f - V_i}{V_i}\right) \cdot 100\,\%$

Donde:

$\Delta\,\%$: variación porcentual

V_f: valor final

V_i: valor inicial

- Si $V_f > V_i$, la variación porcentual es positiva; indica un aumento.
- Si $V_f < V_i$, la variación porcentual es negativa; indica una disminución.
- Si $V_f = V_i$, la variación porcentual es cero; indica que no hubo cambio.

Situación: Variación en el precio de una mochila

En cierta tienda, el precio de una mochila subió de S/50 a S/60. Un estudiante afirma que la variación porcentual es de S/10, porque esa es la diferencia entre ambos precios. ¿Es correcta su afirmación? Justifica tu respuesta.

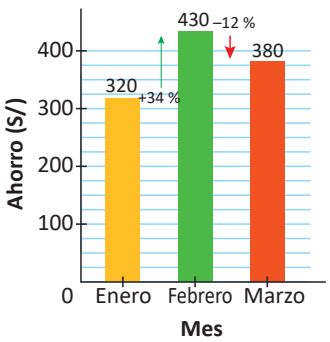
Aplicamos la fórmula: $\Delta\,\% = \left(\frac{60 - 50}{50}\right) \cdot 100\,\% \Rightarrow \Delta\,\% = 20\,\%$

Esto significa que el precio aumentó en un 20 % respecto al precio inicial de S/50.

Por tanto, la afirmación del estudiante es incorrecta, la variación porcentual no se mide en soles, sino en porcentaje, y muestra cuánto aumentó o disminuyó una cantidad en relación con la cantidad original.

Ten en cuenta

Esta es una representación gráfica de la variación porcentual del ahorro mensual (respecto al mes anterior):



Esta es una representación en tabla de la variación porcentual del ahorro mensual:

Mes	Ahorro (S/)	Δ %
Enero	320	
Febrero	430	+34
Marzo	380	–12

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre precios, porcentajes e impuestos para determinar valores iniciales y finales.
- Emplea la variación porcentual para calcular aumentos, disminuciones, IGV y el precio final de bienes o servicios.
- Sustenta afirmaciones sobre variaciones porcentuales e impacto del IGV, diferenciando entre variación absoluta y relativa con ejemplos.

¿Sabías que...?

Los aumentos y descuentos porcentuales son cruciales porque ajustan precios proporcionalmente al valor y permiten comparar escenarios entre productos. Facilitan planificar costos, márgenes y reposición, acelerar rotación de productos, y diseñar incentivos transparentes que promueven el consumo responsable.

Ten en cuenta

Dos descuentos porcentuales sucesivos (D_1 y D_2) equivalen a un descuento único.

El descuento único (D_u) se puede determinar mediante la siguiente relación:

$$D_u = \left[D_1 + D_2 - \frac{D_1 \cdot D_2}{100}\right] \%$$

Donde:

D_u: descuento único

D_1: primer descuento

D_2: segundo descuento

Practica valores

- Participa activamente en el aula y muestra apertura para aprender de tus compañeros.
- Establece una distribución justa de roles mientras realizas actividades con tus compañeros.

DESCUENTOS Y AUMENTOS PORCENTUALES SUCESIVOS

Descuentos porcentuales sucesivos

Situación: Compra de un televisor



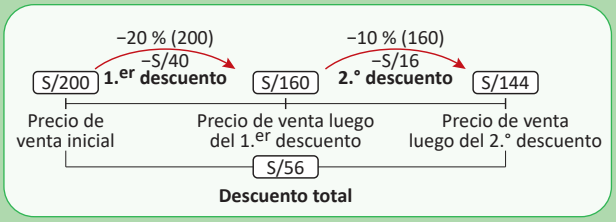
Carlos quiere comprar un televisor de S/800. La tienda ofrece 20 % de descuento y un 20 % adicional por el cumpleaños del cliente. ¿Cuál es el precio final que pagará Carlos, si está de cumpleaños?

Primer descuento	Segundo descuento
20 % de 800 = 160 Nuevo precio = 800 – 160 Nuevo precio = S/640	20 % de 640 = 128 Nuevo precio = 640 – 128 Nuevo precio = S/512

Por lo tanto, Carlos pagará S/512 por el televisor.

El análisis previo muestra que los **descuentos porcentuales sucesivos** son aquellos que se aplican uno a continuación del otro. Así, la cantidad que resulta al aplicar el primer descuento es el nuevo 100 % para aplicar el otro descuento.

Ejemplo:



Dos descuentos porcentuales sucesivos equivalen a un descuento único.

Primer descuento (20 % de 200): 200 – (0,2 × 200) = 200 – 40 = S/160
Segundo descuento (10 % de 160): 160 – (0,1 × 160) = 160 – 16 = S/144
Descuento total: 200 – 144 = S/56
Porcentaje total del descuento: $\frac{56}{200} \times 100\ \% = 28\ \%$
Un descuento del 20 % seguido de otro del 10 % equivale a un descuento único del 28 %.

Situación: Oferta en tienda



Carmen observa la oferta de una tienda y afirma que ambos descuentos equivalen a un solo descuento del 20 %. ¿Es correcto lo que señala? Justifica tu respuesta.

Supongamos que el precio del calzado es S/100.

El primer descuento del 10 % reduce el precio a 100 – (10 % de 100) = 100 – 10 = S/90.

Luego, el 10 % adicional se aplica sobre los 90 soles: 90 – (10 % de 90) = 90 – 9 = S/81

El descuento total es del 19 %, no del 20 %.

Por lo tanto, Carmen no tiene razón, ya que los descuentos porcentuales sucesivos no se suman directamente.

Aumentos porcentuales sucesivos

Situación: Aumento de alquiler

El alquiler mensual de un departamento es S/1600. Al iniciar el mes, se aplica un aumento del 5 % y luego un 10 %, debido a gastos en reparaciones. ¿Cuál será el nuevo monto del alquiler?

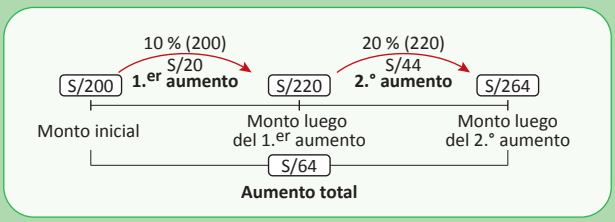


Fuente: Shutterstock (2025).

Primer aumento	Segundo aumento
5 % de 1600 = 80	10 % de 1680 = 168
Nuevo monto = 1600 + 80	Nuevo monto = 1680 + 168 = 1848
Nuevo monto = S/1680	Nuevo monto = S/1848

Después de aplicar los dos aumentos, el nuevo monto del alquiler será S/1848.

El análisis previo muestra que los **aumentos porcentuales sucesivos** se aplican uno a continuación del otro, de manera que la cantidad que resulta al aplicar el primer aumento es el nuevo 100 % para aplicar el otro aumento. Ejemplo:



Dos aumentos porcentuales sucesivos equivalen a un aumento único.

Primer aumento (10 % de 200): 200 + (0,1 × 200) = 200 + 20 = S/220
Segundo aumento (20 % de 220): 220 + (0,2 × 220) = 220 + 44 = S/264
Aumento total: 264 – 200 = S/64
Porcentaje total del aumento: $\frac{64}{200} \times 100\ \% = 32\ \%$
Un aumento del 10 % seguido de otro del 20 % equivale a un único aumento del 32 %.

Situación: Retraso en pago de cuotas

Debido a un retraso en el pago de sus cuotas, a Carlos se le aplica un aumento del 20 % seguido de otro del 10 %.
Carlos afirma: “Estos dos aumentos equivalen a un único aumento del 30 %”. ¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta.

Supongamos que la deuda inicial es S/100.
Primero aumenta un 20 %: 100 + (20 % de 100) = 100 + 20 = S/120
Luego aumenta un 10 % sobre 120 soles: 120 + (10 % de 120) = 120 + 12 = S/132
El aumento total es del 32 %, no del 30 %.
Por lo tanto, Carlos no tiene razón, porque los aumentos porcentuales sucesivos no se suman directamente.

Ten en cuenta

Dos aumentos porcentuales sucesivos (A_1 y A_2) equivalen a un aumento único.
El aumento único (A_u) se puede determinar mediante la siguiente relación:

$$A_u = \left[A_1 + A_2 + \frac{A_1 \cdot A_2}{100}\right]\%$$

Donde:
A_u: aumento único
A_1: primer aumento
A_2: segundo aumento

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones de aumentos o descuentos porcentuales sucesivos al resolver problemas.
- Expresa su comprensión sobre la equivalencia entre dos aumentos o descuentos porcentuales sucesivos.
- Emplea procedimientos de cálculo para determinar el monto final o porcentaje equivalente tras aumentos o descuentos sucesivos en contextos financieros o comerciales.
- Justifica con ejemplos que los aumentos o descuentos sucesivos no se suman directamente, pues cada porcentaje se aplica sobre un valor modificado.

Recuerda

Al multiplicar o dividir ambos lados de una desigualdad por una cantidad negativa, la dirección del símbolo de la desigualdad cambia.
Ejemplo:

$2 < 3$
$2(-5) > 3(-5)$
$-10 > -15$

Ten en cuenta

Propiedades de las desigualdades

Si a y b son dos números racionales, se cumple:

Si $a < b$ y $b < c \Rightarrow a < c$
Si $a < b \Rightarrow a + c < b + c$
Si $a < b$ y $c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$
Si $a < b$ y $c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones de desigualdad adecuadas a la situación planteada.
- Representa las condiciones de una situación mediante una inecuación lineal.
- Emplea procedimientos y propiedades de desigualdades para solucionar inecuaciones lineales.
- Expresa su comprensión del conjunto solución en intervalos y en la recta numérica, justificando la inclusión o exclusión respecto al signo de la desigualdad.

INECUACIONES LINEALES DE LAS FORMAS $ax \pm b < 0$, $ax \pm b > 0$, $ax \pm b \leq 0$, $ax \pm b \geq 0$, $\forall\, a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0$

Definición y propiedades

Situación: Transporte de cajas de mango

Un camión, cuya masa (vacío) es de 2800 kg, debe cruzar un puente que soporta hasta 4,5 toneladas para transportar cajas de mangos. Si cada caja de mangos tiene una masa de 24 kg, ¿cuántas cajas puede llevar sin superar la resistencia del puente?

Lenguaje verbal	Representación simbólica
Capacidad máxima del puente	4,5 toneladas = 4500 kg
Masa del camión vacío	2800 kg
Masa de cada caja de mangos	24 kg
Número máximo de cajas	x

Planteamos la inecuación correspondiente. La condición es que la masa total del camión más la carga no supere los 4500 kg.

$$2800 + 24x \leq 4500$$
$$24x \leq 4500 - 2800 \Rightarrow 24x \leq 1700$$
$$x \leq \frac{1700}{24} \Rightarrow x \leq 70{,}833\ldots \Rightarrow x_{máx} = 70 \text{ cajas}$$

El camión podrá llevar como máximo 70 cajas de mangos sin exceder el límite del puente.

De lo observado en la situación inicial, una **inecuación** de primer grado es una desigualdad algebraica.

Para su representación simbólica, se utilizan los signos <; >; ≤; ≥.

Las inecuaciones lineales se pueden reducir a una de las siguientes formas:

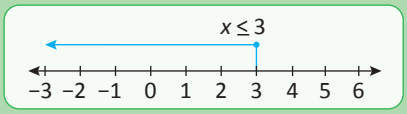
$ax + b < 0$; $ax + b > 0$; $ax + b \leq 0$; $ax + b \geq 0$, donde $a \neq 0$ y $x \in \mathbb{Q}$.

El conjunto solución (C. S.) se puede representar como conjunto o en forma gráfica.

Ejemplo: La solución de la inecuación $x \leq 3$ se puede representar así:

1. C. S. = $\{x \in \mathbb{Q} / x \leq 3\} =]-\infty; 3]$

2. Gráficamente:



Situación: La resolución de Luisa

Observa la resolución de una inecuación que Luisa ha presentado.
¿Estás de acuerdo con su procedimiento?
Justifica con propiedades.

$$-4x \leq -12$$
$$-4x\left(-\frac{1}{4}\right) \leq -12\left(-\frac{1}{4}\right)$$
$$x \leq 3$$

Por una propiedad de las desigualdades, cuando se multiplican o dividen ambos miembros de una inecuación por un número negativo, el sentido de la desigualdad se invierte.
Luisa debió invertir el signo de la desigualdad; por tanto, el conjunto solución correcto es $\{x \in \mathbb{Q} / x \geq 3\}$.

FUNCIÓN LINEAL

Función lineal y su representación

Situación: Preparación de tortas

La tabla muestra la relación entre la cantidad de harina y la cantidad de chocolate utilizadas en una receta para la preparación de tortas.

Harina (g)	100	250	300
Chocolate (g)	20	50	60



Patricia planea preparar dos tortas utilizando 600 g y 900 g de harina.
¿Cuántos gramos de chocolate deberá usar en cada caso?
¿Habrá una expresión que relacione la cantidad de harina (h) con la cantidad de chocolate (c)?

A partir de los datos de la tabla, observamos una relación proporcional directa:

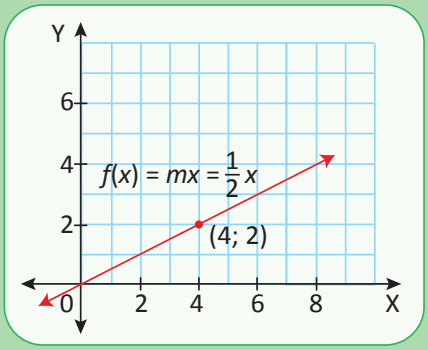
$$\frac{20}{100} = \frac{50}{250} = \frac{60}{300} = 0{,}2 \text{ (constante)}$$

Entonces, la expresión que relaciona ambas magnitudes es $c = 0{,}2 \times h$.
Luego, para 600 g de harina se necesitan 0,2(600) = 120 g de chocolate.
Y para 900 g de harina se necesitan 0,2(900) = 180 g de chocolate.

De lo observado en la situación anterior, una **función lineal** es una expresión algebraica de la forma $y = f(x) = mx$, donde $m \neq 0$.

- m: pendiente
- x: variable independiente
- $y = f(x)$: variable dependiente

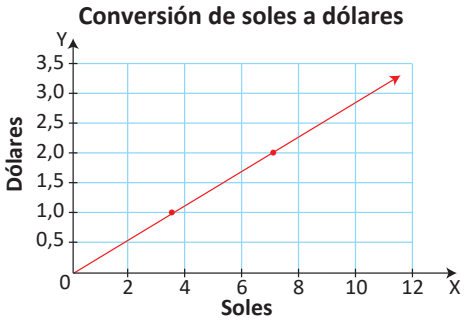
La gráfica de un función lineal es una línea recta que pasa por el origen del plano cartesiano.



Situación: Cambio a soles

La tabla muestra los datos relacionados con el cambio de dólares a soles. Alicia representa gráficamente esta relación. ¿Es correcta? Justifica tu respuesta.

x	Dólares	1	2	3	4
$f(x)$	Soles	3,60	7,20	10,80	14,40



El gráfico que presentó no es coherente con la función $f(x) = 3{,}6x$.

Alicia debió colocar "dólares" en el eje X y "soles" en el eje Y, mostrando cómo el valor en soles aumenta proporcionalmente al aumentar la cantidad de dólares.

¿Sabías que...?

La función lineal relaciona producción, costos y consumo con los recursos utilizados. Modela tendencias y metas, estima el impacto por unidad y proyecta escenarios de precios o insumos.

Con ello, optimiza compras, reduce pérdidas y orienta prácticas responsables y eficientes.

Recuerda

Un par ordenado (x; y) está conformado por dos coordenadas que representan la posición de un punto en el plano cartesiano.

La primera coordenada (x) se ubica sobre el eje horizontal (eje X), y la segunda coordenada (y), sobre el eje vertical (eje Y).

Ejemplo: (4; 2)

Practica valores

- Participa activamente en el aula y muestra apertura para aprender de otros estudiantes.
- Establece una distribución justa de roles mientras realizas actividades con tus compañeros.

Recuerda

Si la pendiente es positiva, es decir, si $m > 0$, entonces, al aumentar x, el valor de y también aumenta.
En este caso, la recta es creciente: sube de izquierda a derecha.

TIC

Ten en cuenta

Dominio de una función

El dominio de una función $f: A \to B$ es el conjunto de todos los elementos del conjunto de partida (A) para los cuales la función f está definida. Se representa por $Dom(f)$.

$Dom(f) = \{x \in A;\ y = f(x)\}$

Rango de una función

El rango de una función $f: A \to B$ es el conjunto de elementos que pertenecen al conjunto de llegada. Se representa por $Ran(f)$.

$Ran(f) = \{y \in B;\ y = f(x)\}$

Pendiente de la gráfica de una función lineal

Situación: Venta de quesos



La siguiente tabla representa la relación entre la cantidad de queso (en kilogramos) y su respectivo precio. ¿Cuál es el precio de 1 kg de queso? ¿Cómo puedes determinarlo? ¿Qué representa este valor en la gráfica?

		+1	+0,5	+2
x	Queso (kg)	1,5	2,5	3	5
$f(x)$	Costo (S/)	30	50	60	100
		+20	+10	+40	

Relacionamos los cambios: $\frac{20}{1} = \frac{10}{0,5} = \frac{40}{2} = 20\ \frac{S/}{kg} = m$

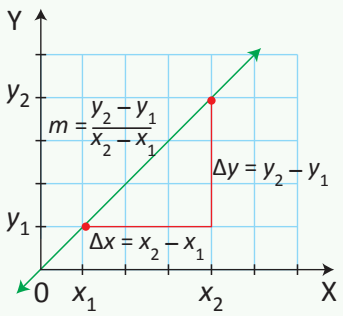
El precio por 1 kg de queso es S/20.

Entonces, el proveedor mantiene el mismo precio por kilo, porque la pendiente de la gráfica (m) es siempre S/20 por kg, es decir, $m = 20$.

Como se ha visto, la **pendiente de una función lineal** representa la razón de cambio constante de la variable dependiente respecto a la variable independiente.
Simbólicamente, se expresa así:

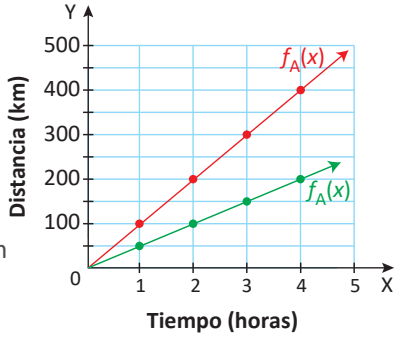
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},\ \text{donde } x_1 \neq x_2.$$

Gráficamente, se puede interpretar como la razón entre el cambio vertical y el cambio horizontal.



Situación: Distancias recorridas

El gráfico muestra la distancia recorrida en kilómetros por dos autos, A y B. Soledad afirma: "El móvil B se desplaza más rápido que el móvil A". ¿Es correcta su afirmación? Explica tu respuesta.



Calculamos la pendiente para $f_A(x)$ y $f_B(x)$:

$m_A = \frac{100 - 0}{1 - 0} = 100 \to$ En 1 hora recorre 100 km

$m_B = \frac{50 - 0}{1 - 0} = 50 \to$ En 1 hora recorre 50 km

La afirmación de Soledad es incorrecta. Aunque ambas gráficas son líneas rectas, la pendiente de la recta A es mayor, lo que significa que el móvil A recorre más distancia por unidad de tiempo; es decir, tiene mayor velocidad que el móvil B.

Función lineal afín y su representación

Situación: Llenado de tanque

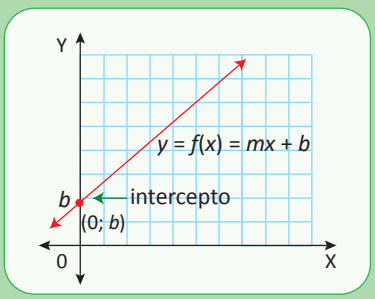
Rafael supervisa el llenado de un tanque de 200 L, que ya contiene 50 L. Si la cisterna añade 20 L por minuto, ¿qué expresión permite calcular el volumen de agua en cualquier minuto? ¿En cuántos minutos se llenará el tanque?

Elaboramos una tabla a partir de los datos:

Tiempo t (min)	Cantidad de agua $Q(t)$ en litros	
0	50	$= 50 + 0(20)$
1	$50 + 20$	$= 50 + 1(20)$
2	$50 + 20 + 20$	$= 50 + 2(20)$
3	$50 + 20 + 20 + 20$	$= 50 + 3(20)$
4	$50 + 20 + 20 + 20 + 20$	$= 50 + 4(20)$
⋮	⋮	⋮
t		$= 50 + t(20)$

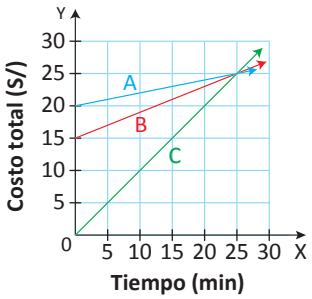
Entonces, la cantidad de agua en función del tiempo es $Q(t) = 50 + 20t$.
Hallamos el tiempo de llenado: $50 + 20t = 200 \rightarrow t = 7{,}5$ min
Por tanto, el tanque se llenará en 7,5 minutos.

Según lo visto, una **función lineal afín** es una relación entre dos variables, de modo que a cada valor de la variable independiente x le corresponde un único valor de la variable dependiente y, dado por la expresión $f(x) = mx + b$, donde m, $b \neq 0$ y b es la intersección con el eje Y.



Situación: Planes de consumo

La gráfica muestra tres planes de consumo de celulares. Wílder afirma: "El plan C siempre es el más conveniente".
¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta.



Función	Interpretación
$A(t) = 20 + 0{,}2t$	Costo fijo alto (S/20), tarifa por minuto baja (S/0,2).
$B(t) = 15 + 0{,}4t$	Costo fijo medio (S/15), tarifa por minuto moderada (S/0,4).
$C(t) = 1{,}0t$	Sin costo fijo, pero tarifa por minuto alta (S/1,0).

La opción más conveniente depende del tiempo de uso. El plan C le convendría a alguien que realice pocas llamadas ($0 \leq t < 25$).
Los planes A y B les convienen más a clientes que usen el celular para hacer llamadas con regular frecuencia ($t > 25$).

Ten en cuenta

Una función lineal afín se expresa como $f(x) = ax + b$.

- Si $a > 0$, significa que la función es **creciente**.
- Si $a < 0$, la función es **decreciente**.
- Si $a = 0$, la función es constante.

La recta interseca al eje Y en el punto de coordenadas $(0; b)$, llamado ordenada al origen.

Evalúa tus progresos

- Modela una situación real mediante una expresión algebraica, identificando las variables dependiente e independiente y sus relaciones de variación o proporcionalidad.
- Representa y comunica las relaciones entre las variables mediante tablas de valores, expresiones algebraicas (funciones) y gráficos cartesianos (líneas rectas), asegurando la coherencia entre estas representaciones.
- Interpreta y justifica el significado de la pendiente de la función lineal o afín como la razón de cambio (variación de la variable dependiente respecto a la independiente) en el contexto de la situación, y utiliza esta información para sustentar conclusiones o tomar decisiones.

Actividad lúdica



¡Analiza jugando! Examina las reglas del juego, diseña estrategias para ganar y expresa con sentido matemático tus acciones.

Tu propósito de aprendizaje

Emplea funciones lineales y lineales afines para generar pares ordenados que determinen la trayectoria de un robot en el plano cartesiano, representa gráficamente dichos puntos e identifica el tipo de función que describe el movimiento.

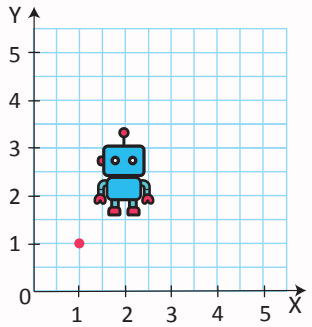
Practica valores

- Persevera en cada actividad y busca soluciones a las situaciones planteadas.
- Comunica con claridad tus ideas y corrige errores con actitud de mejora y superación personal.

Funciones en juego

1. Situación

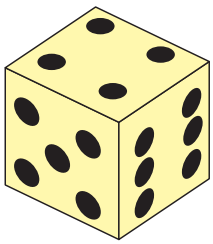
Imagina que trabajas como programador en una ciudad digital. Tu misión es configurar los movimientos de un robot guía sobre un plano cartesiano para que entregue paquetes de manera eficiente. Cada robot tiene asignado un patrón de movimiento basado en una función lineal o función lineal afín. Deberás lanzar un dado para determinar el valor de x, calcular el valor de y, y colocar un botón marcador en la ubicación $(x; y)$. A medida que se repitan los turnos, trazarás el recorrido completo del robot. Al final, analiza qué tipo de función representa su trayectoria.



2. Reglas

Para abordar esta situación, toma en cuenta las siguientes reglas:

a. Recursos:



$y = f(x) = 3x - 1$

$y = f(x) = 5x$

$y = f(x) = 2x + 4$

- Tablero cuadriculado grande, por ejemplo, de 10 × 10 o 20 × 20 casillas
- Dado convencional
- Fichas o peones (un "robot" por equipo)
- Tarjetas con funciones lineales y funciones lineales afines (por ejemplo, $y = f(x) = 3x - 1$, $y = f(x) = 5x$, $y = f(x) = 2x + 4$
- Tabla de registro de coordenadas

b. ¿Cómo se juega?

- Cada equipo recibe una tarjeta con una función lineal (deben empezar asumiendo que $x = 0$).
- Luego, por turnos, lanzan un dado para obtener el valor de x.
- Sustituyen x en la función para obtener y.
- El equipo debe calcular los puntos $(x; y)$ por los que el robot debe pasar, siguiendo su función lineal.
- El robot se desplaza paso a paso en el tablero, y los estudiantes deben indicar cuántos "pasos" (unidades) tomarán para cada movimiento.
- Luego de al menos seis turnos, unen los puntos trazados.
- Analizan la forma que se ha generado e identifican la función.
- Modo competitivo (opcional): dos o más robots se mueven en el mismo tablero, evitando colisiones mientras siguen funciones diferentes.

3. Desarrollo

En el transcurso de la actividad, considera los siguientes aspectos:

a. Observan su función lineal y representan algunos de sus puntos en papel.
b. Planean cómo llegar a la meta respetando su función y anticipando los posibles cambios de dirección.
c. Cada equipo presenta sus cálculos de coordenadas.
d. Por turnos, los robots se mueven en el tablero siguiendo sus funciones. Cada paso debe estar justificado con una coordenada calculada.
e. El profesor supervisa que los movimientos cumplan con la función asignada y valida los cambios de dirección.
f. Si un equipo se equivoca en una coordenada o no cumple con las condiciones, debe corregir su ruta en el siguiente turno.
g. El juego finaliza cuando uno o más robots grafican correctamente la función.
h. Dibujan en papel cuadriculado el recorrido completo de su robot.
i. Marcan los puntos por los que pasó.
j. Escriben la función lineal utilizada y explican cómo decidieron los valores de x.
k. Proponen un contexto de la realidad que involucre funciones.

4. Reflexión

Responde estas preguntas como guía para autoevaluar lo aprendido:

a. ¿Qué aprendimos sobre el comportamiento de las funciones lineales al mover el robot?
b. ¿Cómo influye el valor de la pendiente en el recorrido?
c. ¿Cómo nos ayudó la representación gráfica a tomar decisiones en el juego?
d. ¿Podemos pensar en aplicaciones reales de este tipo de trayectorias?

Evalúa tus progresos

- Representa en el plano cartesiano los puntos de una función lineal, ubicando los pares ordenados $(x; y)$ para describir la trayectoria del robot.
- Emplea procedimientos de cálculo para tabular los valores de una función lineal, a partir de la sustitución de la variable independiente (x) obtenida en el juego.
- Plantea afirmaciones sobre la relación entre los parámetros de la función lineal y las características de su representación gráfica, justificando por qué la trayectoria es más o menos inclinada.

UNIDAD

5

Diseñamos empaques y módulos al servicio de la comunidad

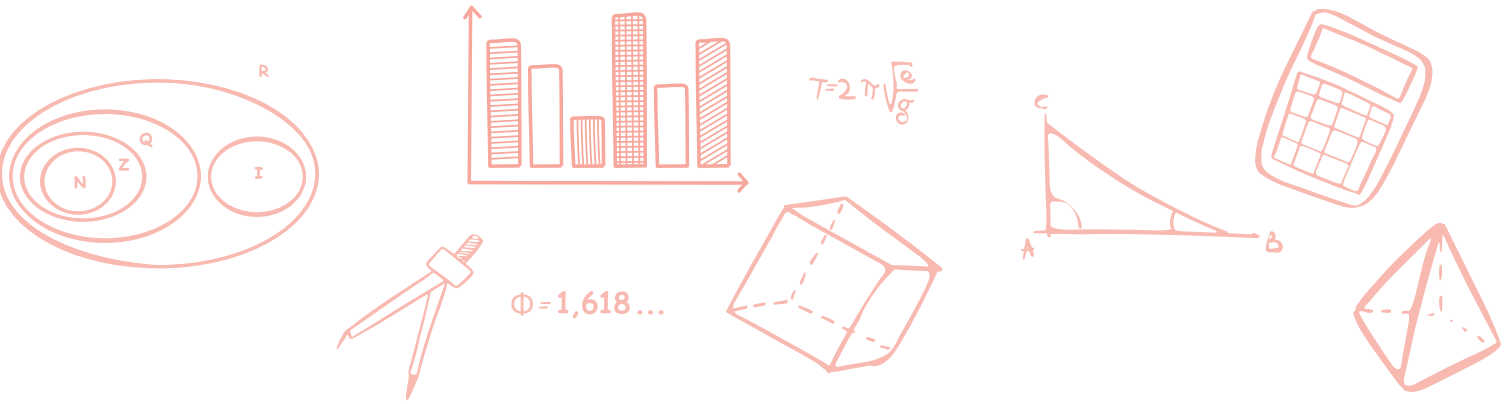


OBJETIVO DE DESARROLLO SOSTENIBLE

12 PRODUCCIÓN Y CONSUMO RESPONSABLES

Este objetivo impulsa la transformación hacia sistemas de producción y consumo que utilicen eficientemente los recursos, minimicen los impactos ambientales y fomenten prácticas responsables en todos los sectores.
Estas son algunas acciones que se deben promover:

- La creación de empaques sostenibles que reduzcan el impacto ambiental.
- El uso eficiente de recursos en la construcción de módulos avícolas.
- El diseño de modelos de producción que cuiden el entorno y optimicen materiales.



En esta unidad...

Desarrollo mis competencias

- Resuelve problemas de forma, movimiento y localización
- Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Construyo mis conocimientos

Formas tridimensionales

- Prismas. Clasificación
- Desarrollo plano de prismas
- Pirámides. Clasificación
- Vistas ortogonales

Medidas de formas tridimensionales

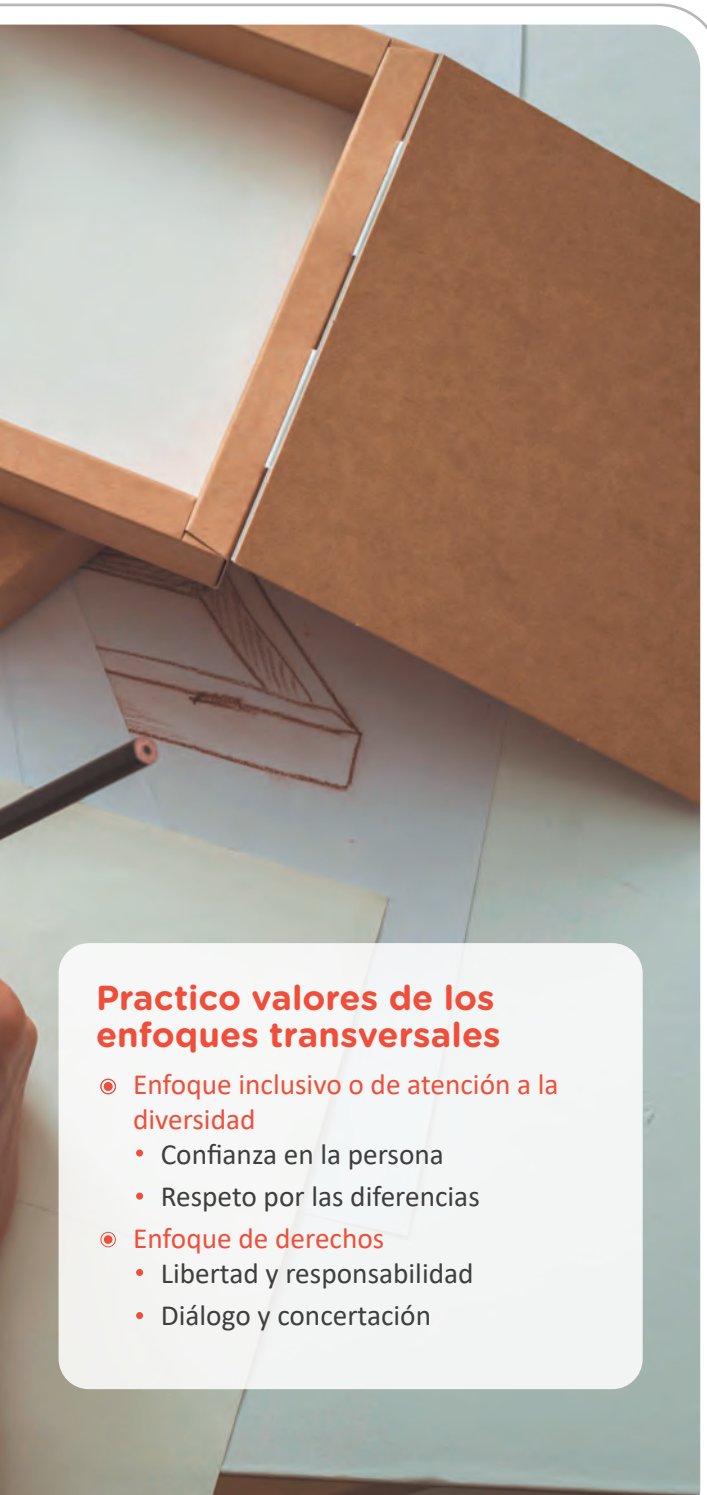
- Área lateral y total de un prisma
- Volumen de un prisma
- Área lateral y total de una pirámide
- Volumen de una pirámide
- Área lateral y total de un cilindro
- Volumen de un cilindro

Sucesos

- Experimentos determinísticos y aleatorios
- Tipos de sucesos

Eventos probabilísticos

- Espacio muestral y sucesos
- Probabilidad frecuencial
- Regla de Laplace (expresión decimal y porcentual)



Practico valores de los enfoques transversales

- Enfoque inclusivo o de atención a la diversidad
  - Confianza en la persona
  - Respeto por las diferencias
- Enfoque de derechos
  - Libertad y responsabilidad
  - Diálogo y concertación

Fuente: Shutterstock (2024).

Investigamos



Explora cada situación, asume un rol, usa el anexo y plantea soluciones matemáticas.

SITUACIÓN
Diseño de *packaging* creativo

El Perú es un país que cuenta con alrededor de 2,2 millones de pequeñas y medianas empresas formales (pymes), según la Superintendencia Nacional de Aduanas y de Administración Tributaria (Sunat).

En un mercado competitivo, la diferenciación es clave para destacar. Una estrategia efectiva consiste en innovar en el diseño de empaques funcionales, atractivos y personalizados que generen valor para el consumidor.

En tu rol de **asesor de *marketing***, tu tarea es presentar una propuesta de prototipos de cajas funcionales y atractivas, para una nueva campaña de un emprendimiento de velas, que mejoren la experiencia del cliente.

Derecho



Emprendedor peruano: características que impulsan su crecimiento

Fuente: *El Peruano* (2025).

¿Cómo diseñarías una propuesta de cajas funcionales y creativas para una campaña de lanzamiento de velas, considerando el presupuesto, los materiales disponibles y los eventos que podrían presentarse en su lanzamiento?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo A):

- **Explora** diversas formas de velas y represéntalas mediante cuerpos geométricos tridimensionales (prismas, pirámides o cilindros). Reconoce y describe sus características.
- **Diseña** cajas que se ajusten al tamaño y forma de las velas. Además, elabora propuestas diferentes de cajas para presentar media docena y una docena de velas; para ello, realiza el desarrollo plano de cada caja.
- **Representa** las vistas superior, lateral y frontal de las cajas para comunicar con claridad su forma y sus dimensiones.
- **Determina** la cantidad de material (área) que se necesita para elaborar cada diseño de caja y estima los costos de producción.
- **Calcula** el volumen de los empaques diseñados y compara dos de estos. Analiza qué diseño aprovecha mejor el espacio para almacenar media docena o una docena de velas.
- **Plantea** diferentes eventos que puedan relacionarse con el lanzamiento de la campaña de velas y clasifica cada uno como aleatorio o determinista. Luego, determina si los sucesos son seguros, probables o imposibles.

SITUACIÓN
Módulos avícolas caseros

El fortalecimiento de la avicultura contribuye a la economía y la seguridad alimentaria de las familias, ayudando a mejorar su calidad de vida. Muchos de estos negocios familiares requieren soluciones prácticas y económicas para alojar aves en condiciones adecuadas, seguras y eficientes.

En tu rol de **diseñador y asesor comunitario**, tu tarea es presentar una propuesta de prototipos de módulos avícolas que sean económicos y seguros, y que permitan criar un pequeño grupo de aves.

Comisión Nacional para el Desarrollo y Vida sin Drogas

Loreto: Devida impulsa crianza de aves en comunidades nativas del Putumayo

Nota de prensa

Iniciativa beneficiará a más de 460 familias en la zona fronteriza, promoviendo alternativas sostenibles.



Fuente: Devida (2024).

¿Cómo diseñarías una propuesta de módulo avícola funcional para la crianza menor de aves, considerando la cantidad de materiales, la estimación de presupuesto, el espacio que ocuparía y los eventos que podrían afectar su construcción?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo B):

- **Observa** y **mide** el espacio disponible en un hogar (patio, jardín o azotea) y determina la superficie que podría destinarse al módulo avícola.
- **Explora** y **diseña** tus propios prototipos de módulos, combinando varias formas geométricas tridimensionales a partir del desarrollo plano, asegurándote de que las dimensiones y la forma permiten alojar adecuadamente a las aves.
- **Representa** el módulo en planos y vistas (superior, frontal y lateral), señalando los espacios para comunicar con claridad la forma del prototipo.
- **Calcula** el área y el volumen del módulo para estimar los materiales necesarios, garantizar la ventilación y comparar la eficiencia de distintos diseños según la cantidad de aves y las condiciones del entorno.
- **Socializa** la propuesta mediante la presentación del prototipo (plano, maqueta o dibujo) al grupo, y explica cómo tu diseño contribuye a la comodidad de las aves y a la economía familiar. Incluye diferentes eventos y clasifica cada uno como aleatorio o determinista; luego, determina si los sucesos son seguros, probables o imposibles.

Anexo A: Diseño de *packaging* creativo

1. Requisitos técnicos y orientaciones para la propuesta de cajas

Aspecto	Orientaciones
Formas geométricas	Cajas con formas tridimensionales (prismas, cilindros, pirámides, conos, etc.), según la forma de la vela o la propuesta creativa.
Dimensiones internas	Debe permitir alojar con holgura las velas. Elige una forma adecuada según el tipo de vela (forma, tamaño y cantidad: media docena, una docena, etc.).
Desarrollo plano	Elabora el desarrollo plano con todas las caras de la figura, con pestañas de unión, en un solo pliego.
Material sugerido	Cartulina, cartón liviano, papel kraft, cinta adhesiva. Se puede decorar con papel, etiquetas, etc.
Volumen útil	Debe calcularse para verificar si caben seis o doce velas, según el modelo elegido.
Representación gráfica	Incluye las vistas frontal, lateral y superior del empaque final con sus respectivas medidas.
Presentación	El diseño debe ser funcional, estético y alineado al estilo del producto artesanal.
Construcción del prototipo o maqueta	Usa el desarrollo plano para armar el prototipo de la caja con materiales como cartulina, cinta, etc.
Área de material usado	Calcula la superficie total del desarrollo plano para estimar la cantidad de cartulina o papel.
Estimación del costo de producción	Usa una tabla de precios referenciales para estimar cuánto costaría producir una o varias cajas.
Comparación de propuestas de diseño	Evalúa qué diseño es más eficiente en uso de material y espacio según el tipo de vela.
Análisis de posibles riesgos	Identifica problemas que podrían afectar el empaque (demanda, materiales, clima) y propón soluciones.

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

2. Diseños de velas en tu contexto

A continuación, se presentan algunos modelos de formas de velas como ejemplos.



3. Tabla sugerida para organizar las medidas que tendrá cada diseño de caja, según la cantidad de velas que contendrá

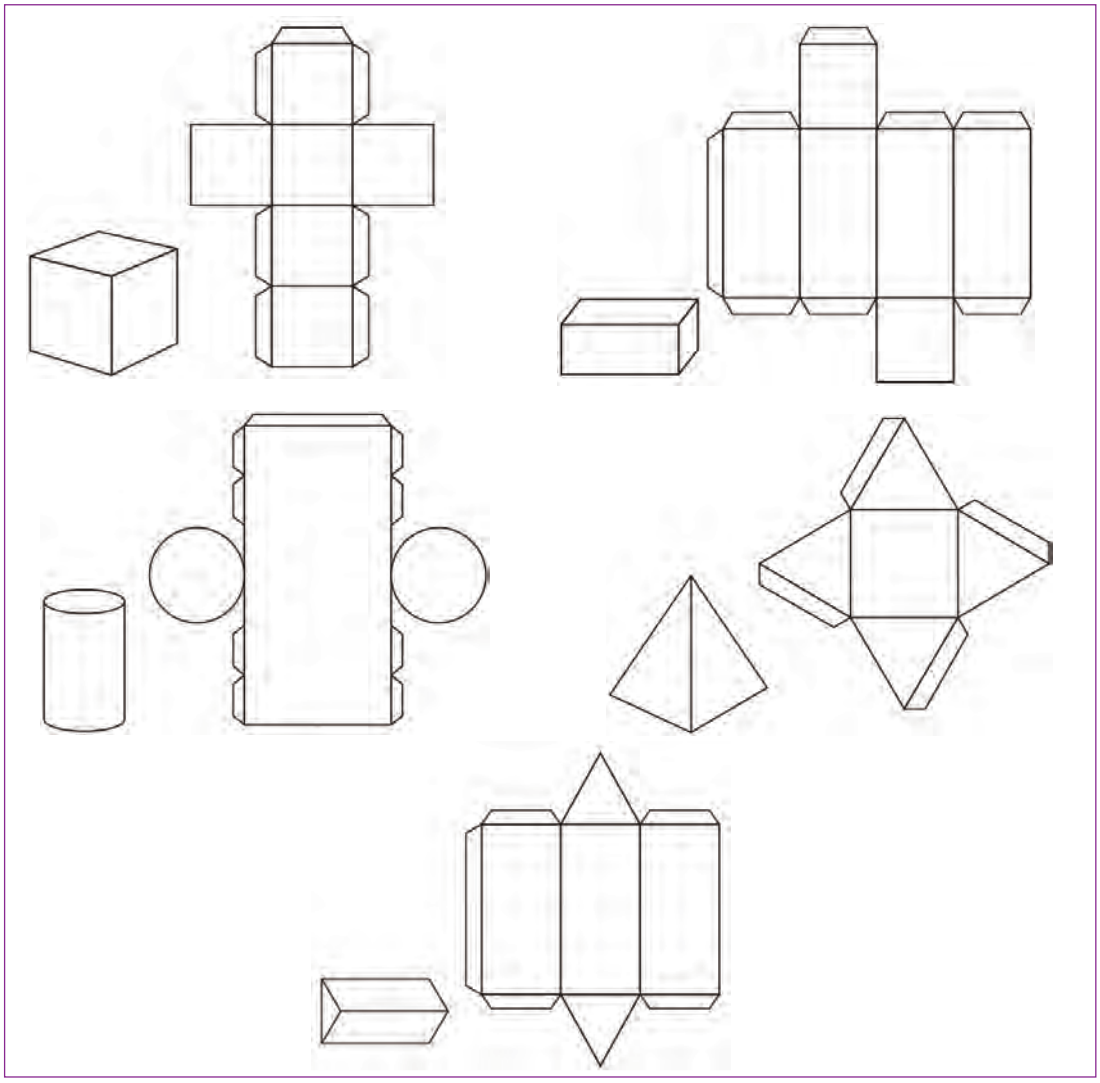
Vela	Forma tridimensional	Caja × 1 vela (largo, ancho y altura)	Caja × 6 velas (largo, ancho y altura)	Caja × 12 velas (largo, ancho y altura)
	Cubo	7 cm × 7 cm × 7 cm		
				
				

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

4. Tabla referencial para organizar la estimación de costos de materiales

Tipo de caja	¿Cómo se colocarían las velas?	Dimensiones (cm)	Área total (cm^2)	Material	Precio referencial (S/)
Caja × 1	1	7 × 7 × 7			
Caja × 6	2 filas de 3 velas				
Caja × 12					

5. Ejemplos de desarrollos planos para modelos de cajas



Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Anexo B: Módulos avícolas caseros

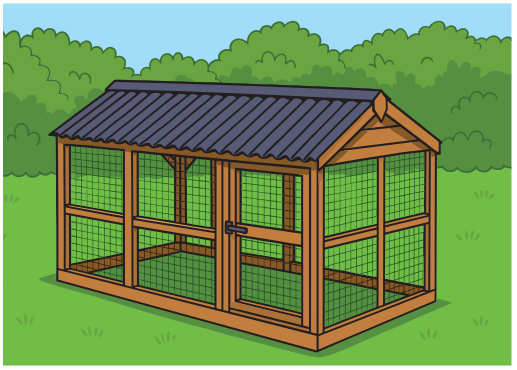
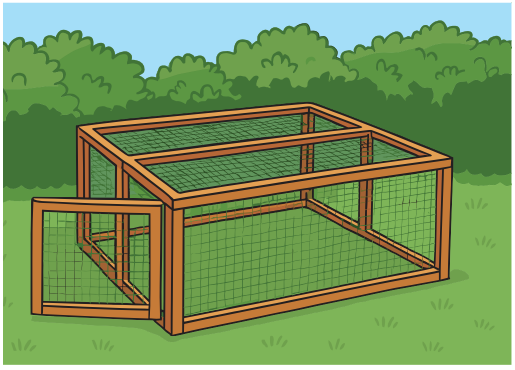
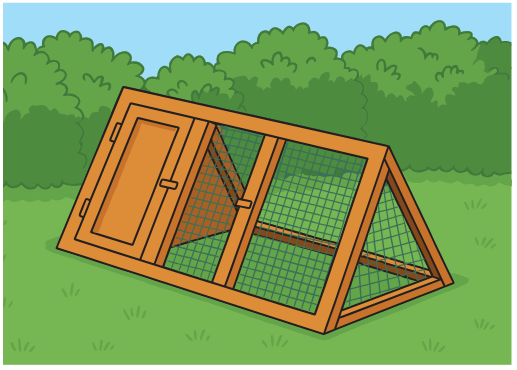
1. Requisitos técnicos y orientaciones para elaborar un módulo avícola

Aspecto	Orientaciones
Formas geométricas	El módulo debe estar construido con al menos una figura tridimensional (prisma, cilindro, pirámide, etc.) y puede ser compuesto.
Dimensiones mínimas	Se debe considerar al menos 0,3 m^3 de volumen por ave. Por ejemplo, para 5 aves se requiere un volumen mínimo de 1,5 m^3.
Ventilación	Incluye aberturas o el uso de mallas para asegurar ventilación natural.
Resistencia	El diseño debe soportar el peso de las aves y resistir condiciones de lluvia o viento.
Análisis de espacio	Considera medidas adecuadas por ave y una buena ventilación.
Construcción de un modelo o maqueta del módulo	Arma el modelo físico del módulo, a partir del desarrollo plano, con los materiales disponibles.
Vistas gráficas	Dibuja las vistas superior, frontal y lateral del módulo. Incluye sus medidas.
Área de material	Compara alternativas de diseño según el uso de materiales y la comodidad de las aves.
Análisis de riesgos y propuesta de soluciones	Identifica posibles problemas (lluvia, escasez, demanda) y plantea formas de prevenirlos.

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

2. Modelos de módulos avícolas caseros con sus medidas

A continuación, se presentan algunos ejemplos de módulos avícolas.

3. Tabla referencial de medidas de tu propuesta de módulo

Forma tridimensional	Largo (cm)	Ancho (cm)	Altura (cm)	Radio (cm)
Cubo				
Prisma de base cuadrada				
Prisma de base rectangular				
Pirámide de base cuadrada				
Cilindro				
Otros				

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

4. Tabla referencial para organizar los precios de los materiales

Material	Unidad de medida	Precio referencial (S/)	Observaciones
Malla galvanizada	m^2	12,00	Para paredes y ventilación
Listones de madera			
⋮			

5. Tabla referencial para calcular el volumen del módulo

Forma geométrica	Volumen (m^3)	Capacidad estimada
Prisma rectangular	$2 \times 1{,}2 \times 1{,}5 = 3{,}6$	Hasta 9 aves ($0{,}4\ m^3$/ave)
Pirámide		
⋮		



Información propuesta y adaptada para fines educativos.

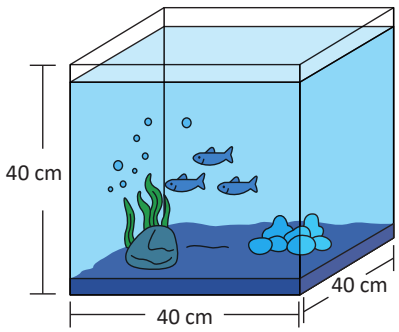
Exploramos



Conversa con tus compañeros, y recuerden cómo lo aprendido puede ayudarlos en estos desafíos.

1. Rediseño de un acuario

Un acuario será rediseñado para aumentar el tamaño de su base. El acuario actual tiene las dimensiones que se muestran en la imagen.



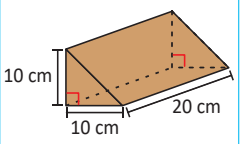
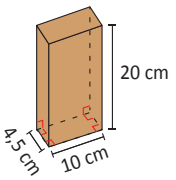
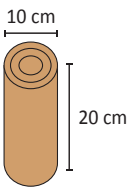
a. Propón un nuevo diseño en el que se duplique la longitud del largo del acuario, manteniendo el ancho y la altura sin cambios.

b. ¿Es correcta la siguiente afirmación?: "Si una de las dimensiones de un prisma rectangular se duplica y las otras dos permanecen sin cambios, el volumen y el área lateral del prisma también se duplican". Justifica con ejemplos y conocimientos.

2. Distintos modelos de cajas

A continuación, se muestran tres modelos de cajas para almacenar productos. Estas deben tener una etiqueta que cubra la totalidad de su base superior.

Completa la tabla.

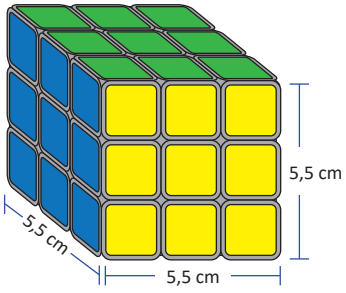
Modelo de caja	Área total (sin considerar pestañas) (m^2)	Área de la etiqueta (m^2)
		
		
		

3. Armado de cajas

En una escuela se ha organizado un concurso artístico. Los premios serán cubos de Rubik, que se entregarán en cajas de cartulina reciclada hechas por los mismos estudiantes.

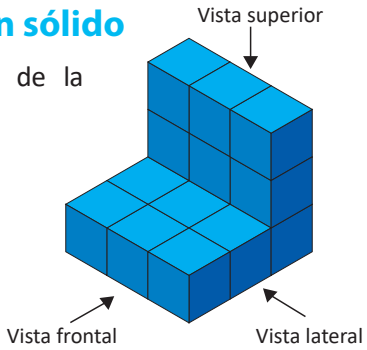
a. ¿Qué desarrollo plano deberías construir para que, al doblarlo, se forme una caja cúbica del mismo tamaño que el cubo de Rubik? ¿Dónde ubicarías las pestañas para que sea posible unir las caras correctamente?

b. ¿Estás de acuerdo con la siguiente afirmación?: "Todos los arreglos de seis cuadrados forman un desarrollo plano válido para construir una caja que contenga al cubo de Rubik". Justifica con ejemplos y contraejemplos.



4. Vistas de un sólido

Observa el sólido de la imagen.



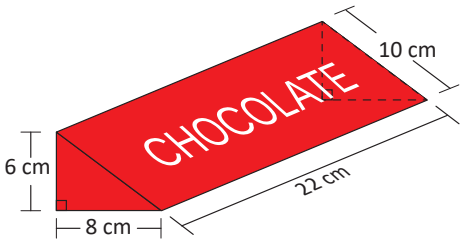
a. Dibuja en la cuadrícula las tres vistas ortogonales (frontal, lateral y superior) del sólido mostrado.

Vista frontal	Vista lateral	Vista superior

b. ¿Es correcto afirmar que dos o más sólidos pueden tener una misma vista ortogonal frontal? Justifica tu respuesta.

5. Empaque de chocolates

Irene necesita diseñar una caja de cartón para empacar cuatro chocolates con forma de prisma triangular recto, como el que se muestra en la imagen.



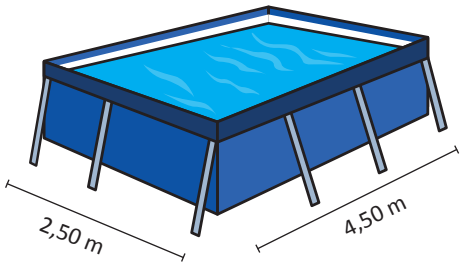
a. ¿Cómo organizarías los chocolates para que en el diseño de la caja se utilice la menor cantidad de cartón?

b. Propón un diseño de la caja. ¿Qué forma tridimensional tendría y cuáles deberían ser sus medidas para ajustarse al contenido? ¿Cuál sería el volumen de esa caja?

c. ¿Es correcto afirmar que todas las caras laterales del chocolate son triángulos? Justifica tu respuesta.

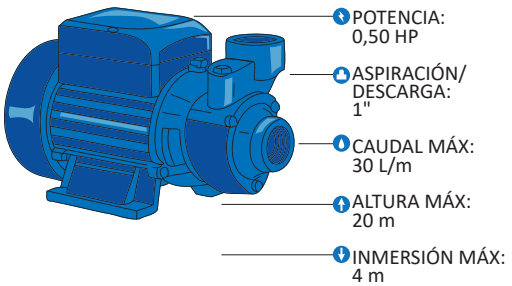
6. Cantidad de agua en una piscina

Una piscina con forma de prisma rectangular, de fondo plano y paredes verticales, contiene actualmente 11 250 L de agua, y se sabe que el nivel está a 30 cm por debajo del borde. (Considera que 1 $m^3 \equiv$ 1000 litros).



Nota: Se muestran las dimensiones internas de la piscina.

Bomba de drenaje



a. ¿Cómo determinas la profundidad actual del agua?

b. Si se decide reducir el nivel del agua hasta alcanzar la mitad de la altura total de la piscina, ¿cuántos minutos aproximadamente tomará el drenaje, considerando la capacidad de la bomba mostrada? (Se desprecia la pérdida de carga de la bomba).

c. ¿Es correcta la siguiente afirmación?: "Reducir la altura de un prisma no afecta su volumen si el área de la base se mantiene sin cambios". Justifica tu respuesta con ejemplos y conocimientos geométricos.

1. Cara o sello

Lanza de manera independiente una moneda varias veces para estimar si la probabilidad de obtener cara es la misma que la de obtener sello.

a. Realiza 30 lanzamientos y completa la primera tabla. Continúa el mismo experimento hasta 60 y completa la segunda tabla.

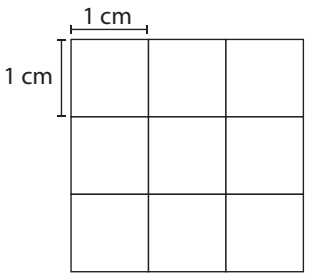
30 lanzamientos				
Evento o suceso	Frecuencia relativa	Probabilidad frecuencial		
		Fracción	Decimal	Porcentaje
Cara				
Sello				

60 lanzamientos				
Evento o suceso	Frecuencia relativa	Probabilidad frecuencial		
		Fracción	Decimal	Porcentaje
Cara				
Sello				

b. Continúa el experimento hasta llegar a los 100 lanzamientos. Antes de lanzar, predice qué ocurrirá con los porcentajes. ¿Se acercarán al 50 %? Anota tu predicción y compárala con los datos reales.

2. Cuadrados pintados

La figura muestra una cuadrícula de 3 × 3. Considera todos los cuadrados alineados a la cuadrícula que puedan formarse (1 × 1, 2 × 2 y 3 × 3).



a. ¿Cuál es la probabilidad de pintar un cuadrado de 2 cm de lado?

b. Se propone la siguiente relación:

$$P = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Total de casos posibles}}$$

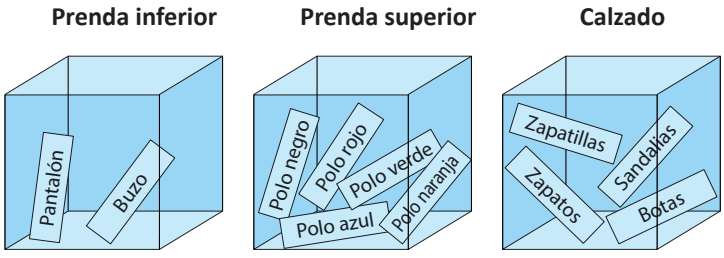
$$P = \frac{4}{9}$$

¿Es correcto considerar 9 como el total de casos posibles? Si no es así, ¿qué número debería considerarse y por qué?

c. ¿Es correcta la siguiente afirmación?: "Es más probable que se pinte un cuadrado de 2 cm de lado que uno de 1 cm". Justifica tu respuesta con conocimientos probabilísticos.

3. Un conjunto al azar

Claudio y sus compañeros participan en un juego. Se agita cada caja y se extrae al azar una tarjeta (las tarjetas de una misma caja tienen igual probabilidad de ser escogidas).



a. ¿Cuál es la probabilidad de que a Claudio le toque por separado un pantalón, un polo rojo y un par de sandalias?

b. Claudio propone este experimento alternativo: "Si juntamos todas las tarjetas en una sola caja y sacamos una al azar, es más probable que salga una prenda inferior". ¿Es correcta su hipótesis? Justifica con tus conocimientos.

c. Propón una combinación de ropa que nunca ocurriría. Explica por qué.

4. Un trato justo

Un grupo de amigos acuerda lanzar una moneda para decidir entre dos opciones de manera justa. Al no tener una moneda, optan por usar seis cartas numeradas del 1 al 6. Las cartas se mezclan y se eligen al azar.

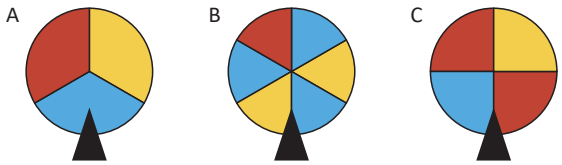


a. Propón un procedimiento con estas seis cartas para simular el lanzamiento de una moneda (cara o sello) que sea equiprobable.

b. Se afirma que con cinco cartas numeradas del 1 al 5 también podrían simular los resultados de lanzar una moneda. ¿Es correcta esta afirmación? Justifica tu respuesta.

5. La ruleta ganadora

Susana debe escoger cuál de las tres ruletas girar para ganar un premio. Gana si el puntero se detiene en una sección amarilla. En cada ruleta, los sectores tienen igual tamaño.



a. ¿Qué ruleta debe elegir Susana para tener mayor probabilidad de ganar?

b. Susana afirma: "Es seguro que en la ruleta B el puntero se detenga en un sector celeste". Su amigo responde: "No es seguro, pero es muy probable que en la ruleta B el puntero se detenga en un sector celeste".

¿Quién tiene la razón? Justifica tu respuesta.

6. Campaña de salud

En una campaña de salud, una enfermera registró la reacción principal de cada estudiante de segundo de secundaria tras recibir una vacuna. Los resultados se muestran en la tabla de la derecha.

VACUNA SEGURA

Reacciones reportadas tras la aplicación

Tipo de reacción	Porcentaje estimado
Ninguna reacción	70 %
Dolor leve en el brazo	20 %
Fiebre leve	10 %
Mareos u otros efectos	Menos del 1 %

Reacciones tras la vacuna	Número de estudiantes
Ninguna	12
Dolor de brazo	5
Fiebre leve	2
Mareos temporales	1

a. Una estudiante quiere saber qué posible reacción podría tener. ¿Cuál es la reacción más probable?, ¿y la menos probable?

b. ¿La probabilidad de presentar fiebre leve es alta (> 50 %), media (20-50 %) o baja (< 20 %)?

c. ¿Crees que la experiencia observada tiene un comportamiento similar a los datos del laboratorio?

d. Un estudiante afirma: "Es seguro que no me pasará nada si me vacuno". ¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta usando el significado de probabilidad.

Desarrollamos



Examina situaciones, muestra estrategias, resuelve con sentido matemático y afianza tus aprendizajes.

Tu propósito de aprendizaje

Modela objetos tridimensionales a partir de sus vistas ortogonales (frontal, lateral y superior) y representa dichas vistas a partir del objeto, empleando estrategias de visualización espacial y argumentando la coherencia entre el modelo 3D y sus representaciones 2D.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Reconoce que todos tienen habilidades distintas y respétalas.
- Participa en la creación de normas de convivencia mediante el diálogo democrático.

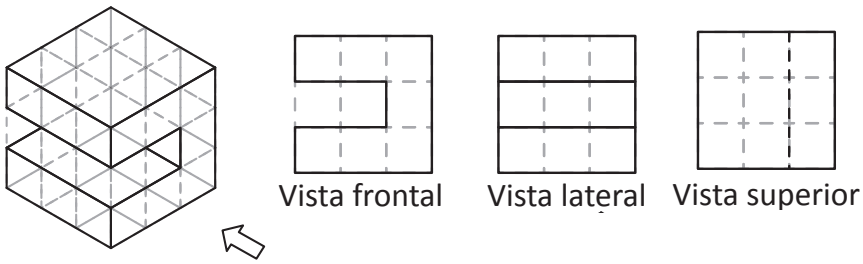
Pensamos y actuamos

En un taller de arte, un grupo de estudiantes usa tecnopor para construir figuras tridimensionales. Antes de elaborarlas, deben presentar los dibujos correspondientes a las vistas superior, lateral y frontal de cada figura. Si alguna de las vistas no está correctamente representada, la figura tridimensional se construirá con errores.

1. Exploremos

Las **vistas** son representaciones planas de un objeto tridimensional observado desde diferentes ángulos.

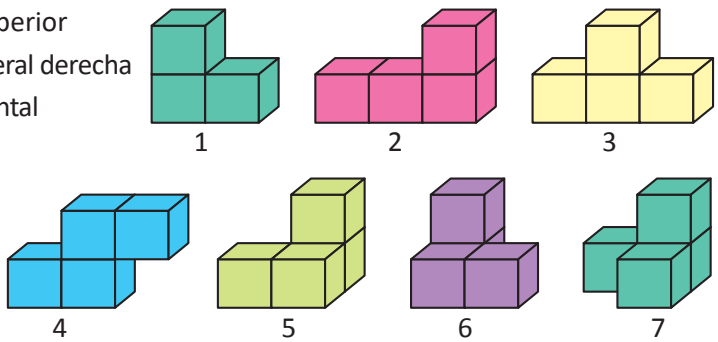
Vista	¿Qué muestra?
Frontal	El objeto visto desde adelante
Lateral	El objeto visto de lado
Superior	Cómo se ve el objeto al mirarlo desde arriba



2. Actividad práctica

Observa las piezas del cubo soma que se muestran. Elige una o varias de ellas. Luego, dibuja en tu cuaderno las tres vistas de la figura que elegiste:

a. la vista superior
b. la vista lateral derecha
c. la vista frontal



3. Analiza y responde

a. ¿Qué información tiene cada vista?
b. ¿Sería posible reconstruir tu figura solo con una de las vistas?, ¿por qué?
c. ¿Por qué crees que en la ingeniería, la carpintería o la impresión 3D es importante representar las tres vistas?

¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
Si observo el objeto desde arriba, solo dibujo las piezas que están en la parte más alta.	En la vista superior, dibujo todo lo que hay en cada celda de la cuadrícula, aunque estén a diferentes alturas.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

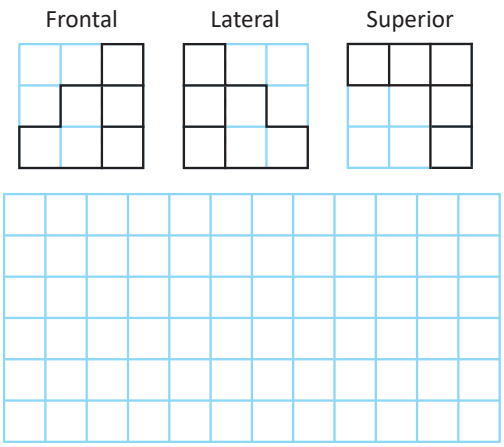
Evalúa tus progresos

- Presenta un objeto tridimensional a partir de sus tres vistas.
- Expresa gráficamente vistas de objetos tridimensional tomando en cuenta las vistas.
- Emplea visualización espacial mediante conteo, alturas o rotación mental para relacionar el modelo tridimensional con sus vistas bidimensionales.
- Explica la información de cada vista y justifica su necesidad para definir el objeto, evaluando afirmaciones sobre construcciones erróneas.

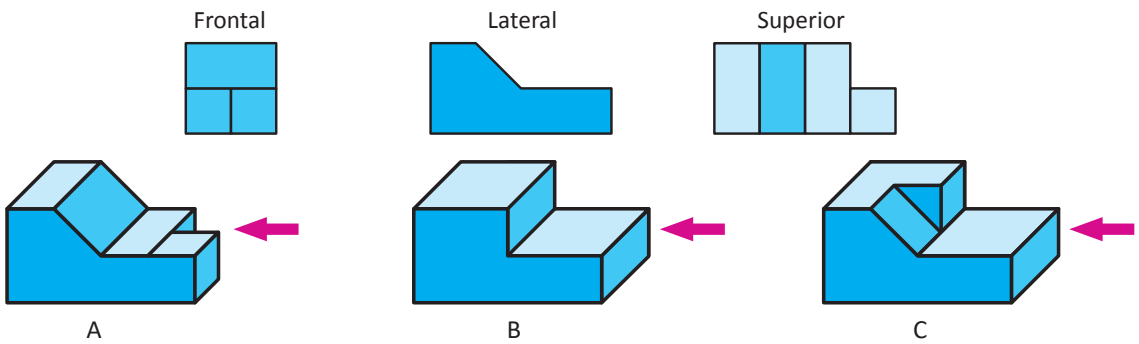
Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **A partir de las vistas mostradas, dibuja en tu cuaderno la construcción correspondiente.**



2. **¿A qué construcción pertenecen las vistas?**



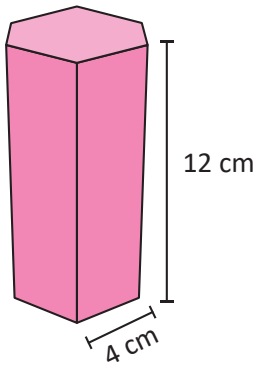
Tu propósito de aprendizaje

Representa las características de prismas regulares y su desarrollo plano, empleando procedimientos geométricos de medición y construcción, y argumentando la coherencia entre el sólido tridimensional y su representación bidimensional.

Pensamos y actuamos

En un taller de diseño sostenible, un equipo de estudiantes recibe el encargo de crear un envase plegable con forma de prisma hexagonal recto y otro pentagonal usando solo cartulina. Este tipo de envase es muy utilizado para productos ecológicos, como jabones artesanales, o empaques de regalo, porque es práctico y se puede armar a partir de una figura dibujada en el plano.

¿Cómo representarías estas figuras tridimensionales en un plano antes de armarlas?



A continuación, se te orientará para elaborar el prisma hexagonal. Luego construirás el prisma pentagonal u otros.

1. **Ten a la mano cartulina o plástico reciclable, lápiz, compás, regla y tijeras.**

2. **Dibuja en la cartulina un rectángulo principal cuyo lado mayor mida 6 veces la longitud de uno de los lados del hexágono, y el otro lado que mida 12 cm.**

   a. El lado largo será 6 veces el lado del hexágono.
   b. Si cada lado del hexágono mide 4 cm, entonces:
   Lado largo = 6 × 4 = 24 cm
   c. El lado corto del rectángulo es igual a la altura del prisma (12 cm).

3. **Divide el rectángulo en 6 partes iguales.**

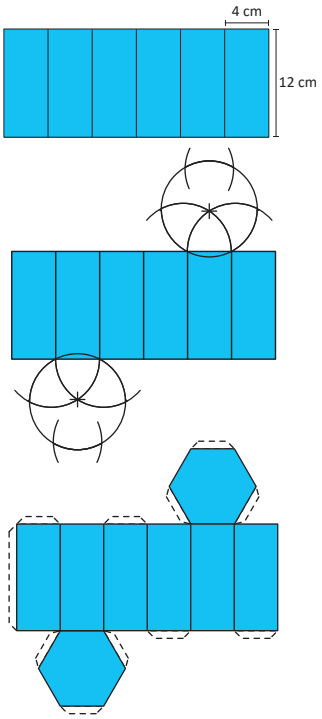
   a. Marca cada parte de 4 cm de ancho y 12 cm de alto.
   b. Estos son los rectángulos laterales del prisma.

4. **Traza las bases hexagonales.**

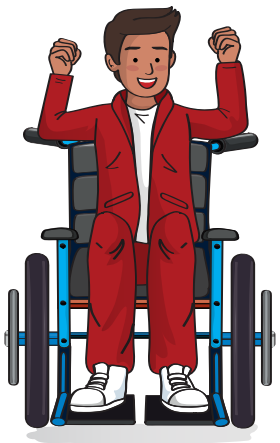
   a. Usa el compás para construir dos hexágonos regulares en los extremos del rectángulo.
   b. Recuerda que el radio del círculo base es igual al lado del hexágono (4 cm).

5. **Dibuja pequeñas lengüetas de 0,5 cm de ancho alrededor de las piezas para poder pegar y cerrar el prisma.**

6. **Recorta la figura, dobla las líneas marcadas y pega las pestañas para construir el prisma hexagonal.**



Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Respeta las ideas de tus compañeros, aunque no coincidan con las tuyas.
- Propón soluciones pacíficas cuando surja un conflicto en el aula.

7. **Analiza y responde.**

   a. ¿Por qué crees que es importante hacer un desarrollo plano antes de fabricar un envase?

   b. ¿En qué otras situaciones se usan desarrollos planos?

¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
En el desarrollo plano de un prisma hexagonal, las bases se dibujan una al lado de la otra unidas por los vértices.	Para construir correctamente el desarrollo plano de un prisma hexagonal, es necesario dibujar seis rectángulos laterales unidos en fila y dos hexágonos como bases.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Expresa gráficamente la vista frontal, lateral y superior de objetos tridimensional.
- Emplea medición y construcción con regla y compás para trazar caras y bases, manteniendo proporciones y relaciones correctas.
- Justifica la validez del desarrollo plano explicando la disposición y la cantidad de caras, y cómo las dimensiones modifican el sólido.

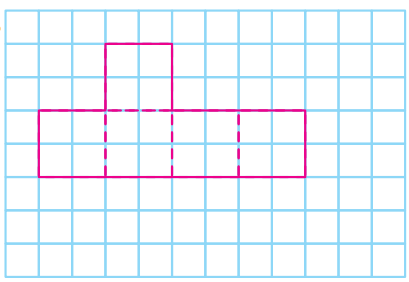
Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

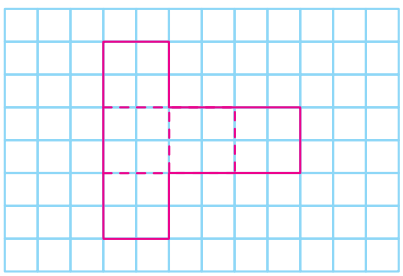
1. **Si quieres diseñar un envase de mayor capacidad, ¿qué podrías cambiar en el desarrollo plano? ¿Aumentarías la altura? ¿Cambiarías la longitud de los lados de las bases? ¿Cuál de estos cambios de medida genera mayor aumento de capacidad?**

2. **Explica si son correctos o no los siguientes desarrollos planos para elaborar un cubo. Completa el desarrollo plano.**

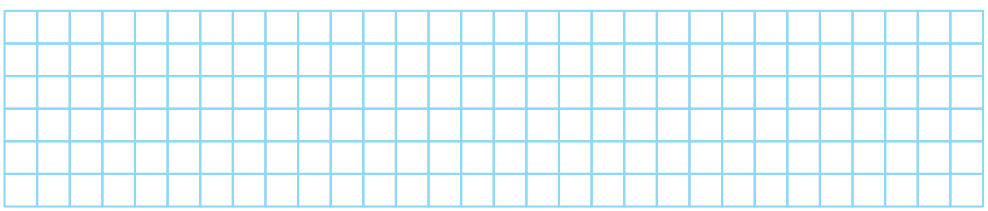
a.



b.



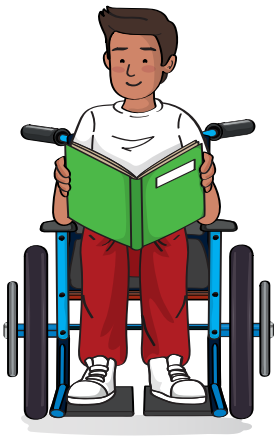
3. **Dibuja otras formas posibles para el desarrollo plano de un cubo.**



Tu propósito de aprendizaje

Modela situaciones aleatorias para determinar la probabilidad teórica, usa simulaciones y registros para calcular la frecuencia relativa, y argumenta la relación y diferencia entre probabilidad teórica y experimental.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



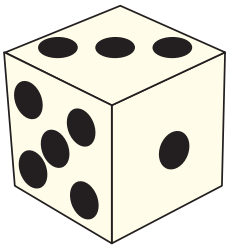
Practica valores

- Expresa tus opiniones con libertad y respeto hacia los derechos de tus compañeros.
- Motiva a tus compañeros a superar dificultades, reconociendo su potencial para lograr mejores resultados.

Pensamos y actuamos

Un grupo de estudiantes juega a lanzar un dado y registrar si el número obtenido es par o impar. Después de 50 lanzamientos, un estudiante dice: "Salió más veces el 2 y el 6, entonces la probabilidad de obtener un número par es mayor".

Otro compañero responde: "Quizá tuvimos suerte, pero no siempre va a pasar eso".



1. **Predice:**
   - a. ¿Cuáles son los números pares en un dado?
   - b. ¿Cuál es la probabilidad teórica de obtener un número par al lanzar un dado?
   - c. ¿Esperas que la frecuencia experimental coincida con la teórica?

2. **Realiza el experimento:**

   Lanza el dado 50 veces y registra en tu cuaderno una tabla con 50 filas. Usa la siguiente tabla como ejemplo:

Número de lanzamiento	N.° obtenido	¿Es par o impar?
1		
2		
3		
4		
5		
⋮		

3. **Completa la tabla de frecuencias:**

Resultado	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa (%)
Par		
Impar		

4. **¿Las frecuencias relativas se aproximan a los valores teóricos de sacar al azar un número par?**
5. **¿Qué significa la frecuencia relativa obtenida?**
6. **¿Qué pasaría si repites el experimento con más lanzamientos?**

¿Qué construimos?

En un aula, tres estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
Como los números pares salieron más veces, eso significa que la probabilidad de par es mayor.	La probabilidad teórica de un número par es 3 de 6, pero en el experimento puede salir diferente.
Estudiante 3	
Para saber la frecuencia relativa, se debe dividir el número de pares entre el total de lanzamientos y multiplicar por 100.	

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Expresa su comprensión de la probabilidad teórica y experimental.
- Emplea la regla de Laplace para hallar la probabilidad teórica, y calcula las frecuencias absoluta y relativa en experimentos aleatorios.
- Organiza resultados en tablas de frecuencias e interpreta gráficos estadísticos.
- Justifica la diferencia entre probabilidad teórica y frecuencia relativa según ensayos.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

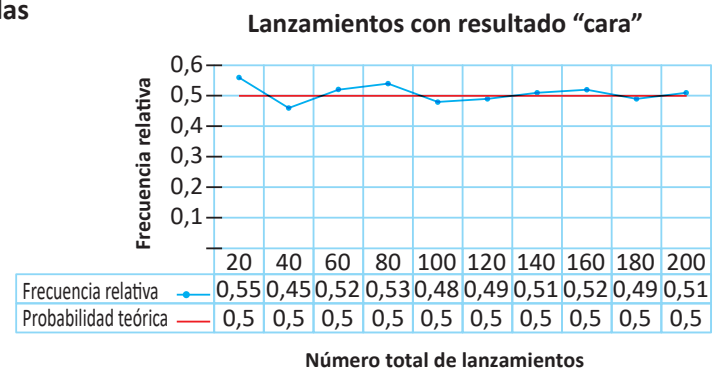
1. En un mariposario, los encargados del lugar llevan un registro de la cantidad de mariposas que tienen.

Color de mariposa	N.º de mariposas
Naranja	12
Azul	20
Amarilla	8
Blanca	10

a. Calcula la frecuencia relativa (%) de cada color.

b. ¿Crees que todos los colores tienen la misma probabilidad de ser vistos?, ¿por qué?

2. Analiza el gráfico y luego responde las preguntas.



a. ¿En qué se parecen los valores obtenidos en el experimento respecto de la probabilidad teórica?

b. ¿Qué se observa en el comportamiento de las frecuencias relativas conforme aumenta el número de lanzamientos?

Formalizamos



Revisa ejemplos clave y reflexiona en grupo para dar sentido a las ideas matemáticas en tus retos.

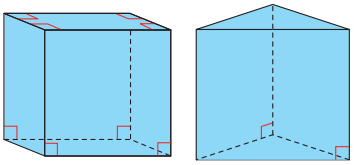
¿Sabías que...?

Los sólidos platónicos también se conocen como cuerpos platónicos. Se caracterizan por ser poliedros convexos cuyas caras son polígonos regulares iguales, en cuyos vértices se unen el mismo número de caras. Reciben este nombre en honor a Platón (Atenas, 427-347 a. C.), quien, se asume, fue el primero en estudiarlos.

FORMAS TRIDIMENSIONALES

Prismas. Clasificación

Situación: Armado de estructuras



Diseño 1 **Diseño 2**

Luis quiere construir una estructura con forma de poliedro para su maqueta de ciencias. Él tiene las dos opciones de diseño que se muestran en la figura y cuenta únicamente con:

- 9 varillas de igual longitud
- 8 esquineros (piezas que permiten conectar tres varillas entre sí)

1. **¿Cuál de los dos diseños es posible construir utilizando solo el material disponible?**

2. **¿Cuántas varillas y esquineros necesitaría si quisiera construir el otro diseño?**

Organizamos los datos en una tabla para reconocer la cantidad de materiales que se necesitan.

Diseño	N.° de varillas (aristas)	N.° de esquineros (vértices)
1	12	8
2	9	6

Con los materiales que tiene, Luis puede construir el diseño 2, ya que necesita 9 varillas y 6 esquineros.
Para construir el diseño 1, solo le faltarían 3 varillas.

A partir de lo trabajado, se puede afirmar que los **prismas** son poliedros que tienen por bases dos polígonos congruentes y en planos paralelos. Las demás caras son paralelogramos y se llaman caras laterales.

Los prismas tienen los siguientes elementos:

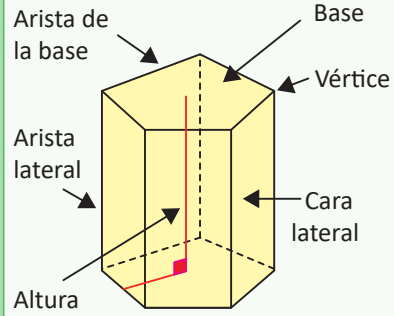
Bases: Son polígonos opuestos, paralelos y congruentes (misma forma y mismo tamaño).

Caras laterales: Son rectángulos o cuadrados que conectan las dos bases paralelas (prisma recto).

Aristas: Son segmentos de recta donde concurren las bases y las caras laterales.

Vértices: Son los puntos donde se encuentran tres aristas.

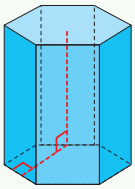
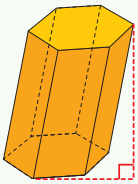
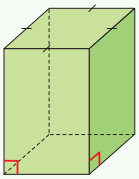
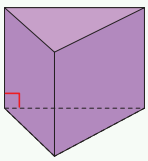
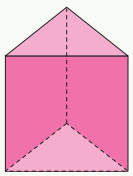
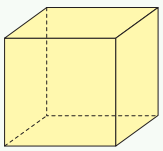
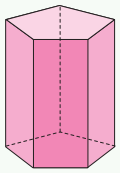
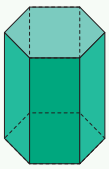
Altura: Es la distancia perpendicular entre las dos bases.



Practica valores

- Participa en equipo con confianza, y escucha y respeta a tus compañeros.
- Dialoga y concierta acuerdos que enriquezcan el trabajo colectivo y fortalezcan el aprendizaje compartido.

Según el ángulo que forman las caras laterales con las bases, los prismas se clasifican en rectos y oblicuos. A su vez, los prismas rectos se clasifican en regulares e irregulares.

Por el ángulo entre bases y caras		Por la regularidad de sus bases	
			
Prisma recto Las aristas laterales son perpendiculares a las bases. Las caras laterales son rectángulos y la altura es igual a la longitud de las aristas laterales.	**Prisma oblicuo** Las aristas laterales no son perpendiculares a las bases, pero son paralelas entre sí. Las caras laterales son paralelogramos y la altura es la distancia entre los planos de las bases.	**Prisma regular** Es aquel prisma recto cuyas bases son polígonos regulares (sus lados son de igual longitud y sus ángulos son de igual medida).	**Prisma irregular** Es aquel prisma recto cuyas bases son polígonos irregulares.
Según el número de lados de la base			
			
Prisma triangular Bases: Triángulos Caras laterales: 3	**Prisma cuadrangular** Bases: Cuadriláteros Caras laterales: 4	**Prisma pentagonal** Bases: Pentágonos Caras laterales: 5	**Prisma hexagonal** Bases: Hexágonos Caras laterales: 6

Recuerda

Un poliedro convexo es un sólido geométrico limitado por regiones poligonales planas. Se llaman "bases" a dos polígonos congruentes en planos paralelos, y "caras" a los polígonos que unen las bases.

La fórmula de Euler que se cumple en un poliedro es la siguiente:

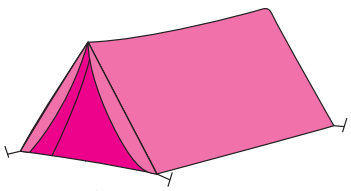
$$V - A + C = 2$$

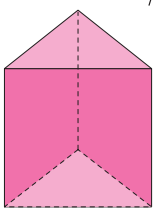
Donde:

V: número de vértices
A: número de aristas
C: número de caras

Situación: Modelo de sólido

Aída observa una carpa y afirma: "La carpa tiene forma de un prisma de base rectangular". ¿Es correcta su afirmación? Justifica tu respuesta.





Aída confunde la base de la carpa con la base del prisma.
Las bases del prisma son triangulares y son dos.
Las caras de forma rectangular son las caras laterales del prisma.
Por lo tanto, la afirmación de Aída es incorrecta.
La carpa es un prisma triangular recto.

Reto matemático

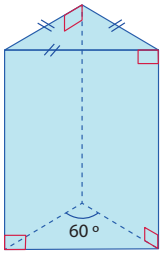
Si una de las bases de un prisma tiene n aristas, ¿cuántas aristas tiene la otra base? ¿Cuántas aristas laterales tiene el prisma?

Recuerda

En un prisma con base *n*-gonal (de *n* lados), la banda lateral está formada por *n* caras laterales, y las dos bases son congruentes, es decir, iguales en forma y tamaño.

Ten en cuenta

Los ángulos formados entre dos planos del espacio son llamados ángulos diedros.



El ángulo entre dos caras de un prisma, o entre una cara y su base, es un ángulo diedro, y su medida corresponde al ángulo plano formado por ambas caras.

Reto matemático

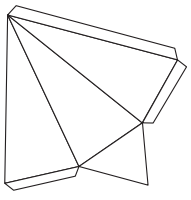
Durante la elaboración de una maqueta, Joel afirma que el desarrollo de un prisma triangular recto tiene cuatro caras rectangulares y dos triángulos.

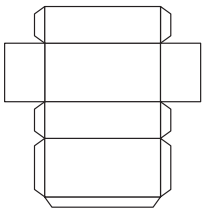
Sin embargo, su compañera Míriam asegura que eso no es posible porque los desarrollos planos deben mostrar una sola superficie continua. ¿Quién tiene la razón? Justifica tu respuesta.

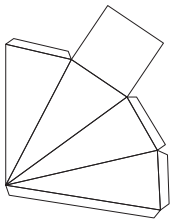
Desarrollo plano de prismas

Situación: Diseño de cajas

Una empresa de decoración necesita seleccionar un modelo de caja para empaquetar un objeto que tiene forma de prisma. ¿Cuál de los siguientes modelos debería elegir?


Modelo A

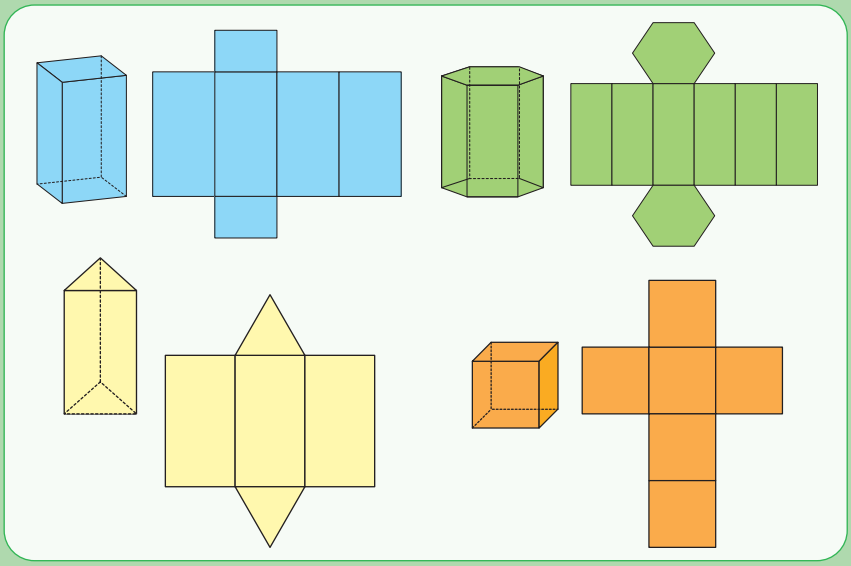

Modelo B


Modelo C

Elegimos el modelo B porque su red tiene dos caras rectangulares congruentes y opuestas (que serán las bases) y cuatro caras laterales rectangulares dispuestas en una banda (cada cara lateral coincide en tamaño con un lado de la base).

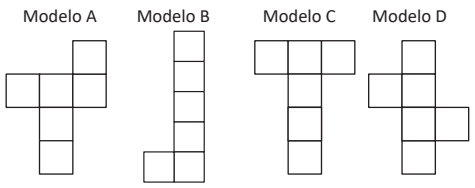
Como se aprecia en la situación anterior, el **desarrollo plano de un prisma** es la representación en el plano de todas sus caras: dos bases y sus respectivas caras laterales, como si el prisma se "desplegara" sobre una superficie.

Ejemplos:



Situación: Desarrollo de un dado

Mariela afirma que con los cuatro desarrollos planos mostrados se puede formar un cubo. ¿Estás de acuerdo? Justifica tu respuesta.

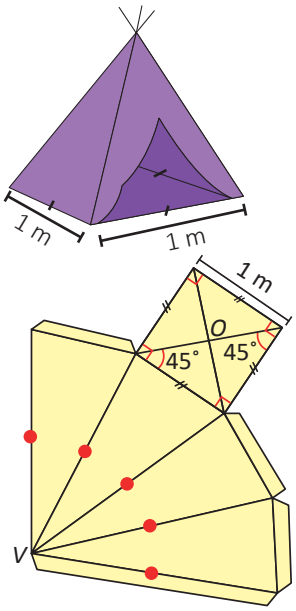


Solo con los modelos A, C y D se puede armar un cubo. Forman un cinturón de cuatro cuadrados y tienen dos tapas en lados distintos, sin solapa. Por lo tanto, la afirmación de Mariela es incorrecta.

Pirámides. Clasificación

Situación: Confección de carpas

Violeta confecciona carpas como la que se muestra en la figura. Para planificar el corte de la tela, modela la carpa como un sólido rígido, considerando que el vértice cae sobre el centro del plano de la base (polígono regular de cuatro lados).

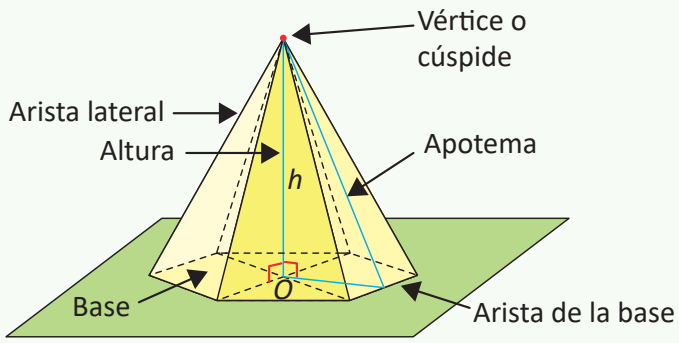


¿Qué forma tienen la base y las caras laterales?

Según la figura, la base de la carpa es un cuadrado de 1 m de lado, por ser polígono regular (lados congruentes y ángulos congruentes).

Las caras laterales son triángulos isósceles y la altura es la perpendicular que une el vértice de la pirámide con el centro del cuadrado. La carpa se modela como una pirámide cuadrangular recta.

A partir de lo trabajado, se puede afirmar que una **pirámide** es un poliedro limitado por una base poligonal y por caras triangulares que convergen en un punto común llamado vértice de la pirámide.



Las pirámides tienen los siguientes elementos:

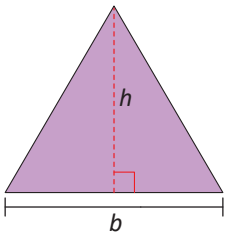
- **Vértice o cúspide:** Es el punto donde concurren todas las caras laterales.
- **Base:** Es el polígono que sirve de apoyo a la pirámide. Puede ser regular o irregular.
- **Altura:** Es la distancia perpendicular del vértice al plano de la base.
- **Caras laterales:** Son las regiones triangulares que tienen un lado en la base y comparten el vértice.
- **Aristas de la base:** Son los lados del polígono de la base.
- **Aristas laterales:** Son los segmentos que unen el vértice de la pirámide con los vértices de su base.
- **Apotema (A_p):** Es la altura de la cara lateral de una pirámide regular.

Reto matemático

Mateo afirma que una pirámide tiene más de una base porque ve varias figuras planas en su maqueta. ¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta.

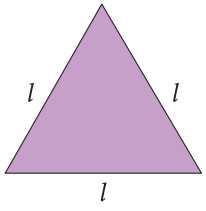
Recuerda

Área de un triángulo



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Triángulo equilátero



$$A = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

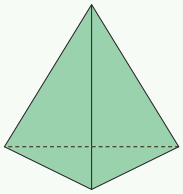
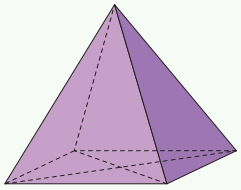
Reto matemático

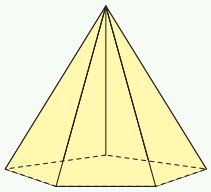
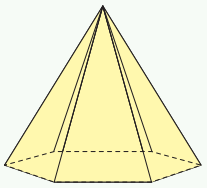
En una exposición virtual, se muestra una pirámide, pero solo se ven las caras laterales triangulares; la base está cubierta por una plataforma.

Una estudiante comenta: "Si no se ve la base, no se puede saber qué tipo de prisma es". ¿Estás de acuerdo con ella? Justifica tu respuesta.

Clasificación

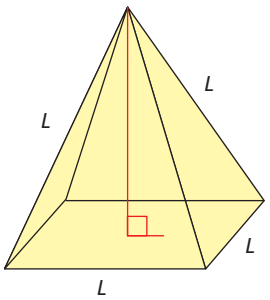
Según el polígono de su base, las pirámides se clasifican de esta manera:

Pirámide triangular	Pirámide cuadrangular
 Base triangular	 Base cuadrangular

Pirámide pentagonal	Pirámide hexagonal
 Base pentagonal	 Base hexagonal

Situación: Techo de un quiosco

Julio quiere instalar un techo con forma de pirámide de base cuadrada para un quiosco, usando solo varillas en los bordes. Observa que todas las aristas miden lo mismo (L) y afirma: "Necesito 4 varillas iguales y 4 uniones para armarla". ¿Es correcta su afirmación?



Una pirámide de base cuadrada tiene 8 aristas (4 en la base y 4 laterales), es decir, se requieren 8 varillas; además, tiene 5 vértices (4 en la base y 1 vértice superior), que son 5 uniones.

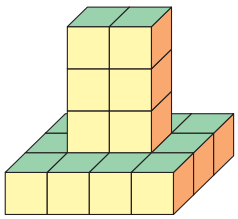
Por lo tanto, la afirmación de Julio es incorrecta; se necesitan 8 varillas y 5 uniones.

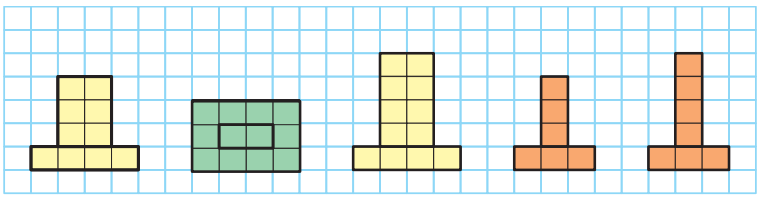
Vistas ortogonales

Situación: Diseño de piezas 3D

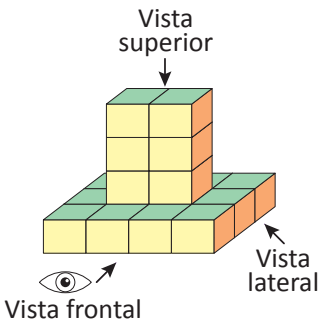
Jaime imprime modelos en 3D. Antes de imprimir una pieza cúbica, necesita asegurarse de tener las tres vistas ortogonales correctas (frontal, lateral y superior) para evitar errores.

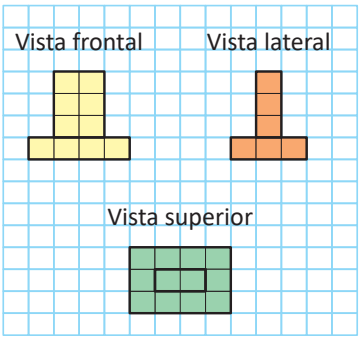
Ayuda a Jaime a determinar cuáles de las siguientes opciones corresponden a las vistas del objeto mostrado.





Observamos la figura desde el frente, desde un lado y desde arriba. Utilizamos cuadrículas para representar las tres vistas:





Las opciones A, B y D corresponden a las tres vistas del objeto.

Tal como se vio en la situación previa, las **vistas ortogonales** son representaciones en dos dimensiones de un objeto tridimensional, obtenidas al proyectar su forma sobre planos imaginarios. Se llaman ortogonales porque los rayos de proyección son perpendiculares a los planos.

Las tres vistas principales describen completamente un objeto y deben alinearse entre sí. Estas son:

Vista frontal	Vista superior	Vista lateral
Muestra la cara principal. Se proyectan alto y ancho.	Representa el objeto visto desde arriba, mostrando profundidad y ancho.	Muestra uno de los lados, revelando altura y profundidad.

Ten en cuenta

Las vistas superior, lateral y frontal se usan en carreras como arquitectura, ingeniería y diseño industrial para representar objetos desde diferentes ángulos. Gracias a ellas, se pueden construir maquetas, edificios o piezas mecánicas con precisión y sin errores.

Reto matemático

En una maqueta, se muestran solo las vistas lateral y superior de un objeto. Ambas son cuadradas, de 5 cm × 5 cm.

Un estudiante afirma: “El sólido debe ser un cubo”.

Otro responde: “Podría ser también un cilindro”.

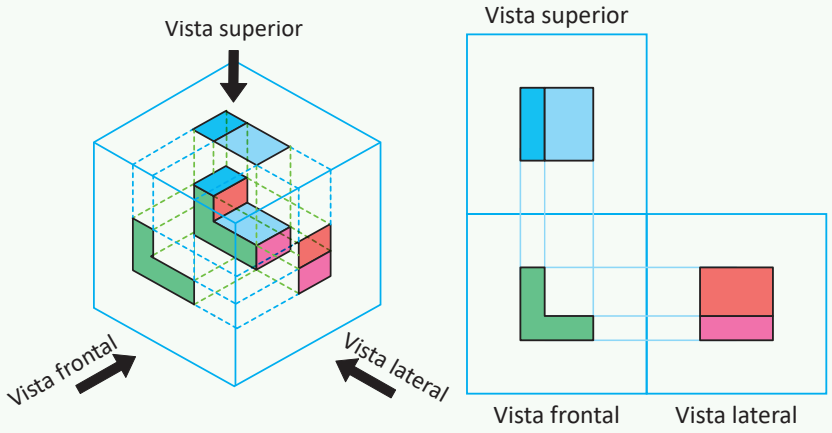
¿Estás de acuerdo con las afirmaciones? Justifica tu respuesta.

Ten en cuenta

Las vistas deben alinearse:

- La vista superior y la lateral comparten la misma medida de profundidad.
- La vista frontal y la lateral comparten la misma altura.
- La vista frontal y la superior comparten el mismo ancho.

Distribución y alineación de las vistas principales:



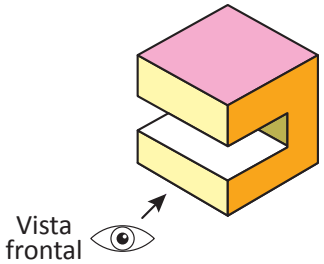
Evalúa tus progresos

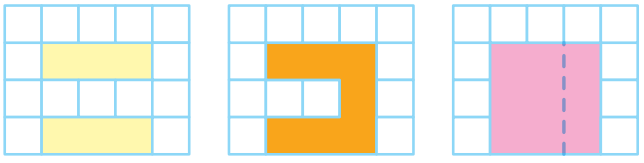
- Representa los elementos (caras, aristas, vértices) y las propiedades de prismas, pirámides y cilindros.
- Expresa su comprensión con lenguaje geométrico, diagramas, tablas de datos y vistas ortogonales (frontal, lateral, superior).
- Emplea plantillas o bloques y relaciona aristas, vértices, vistas en el sólido y verifica las medidas.
- Justifica la viabilidad de construcción de estructuras (prismas y pirámides) y la corrección de afirmaciones sobre sus elementos (aristas, vértices, caras).

Situación: Diseño de una pieza

En un taller de carpintería se diseña una pieza de madera como la que se muestra en la imagen.

¿Las vistas representadas a continuación son correctas? Sustenta tu respuesta.





Frontal Lateral Superior

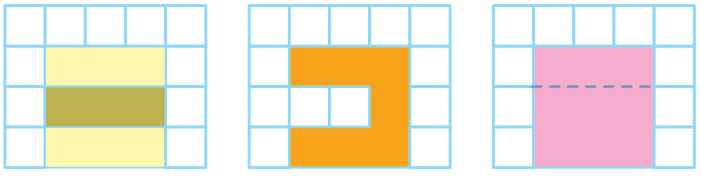
Analizamos cada una de las representaciones de las vistas.

Vista frontal: La representación es incorrecta porque omite la parte central del sólido.

Vista lateral: La representación es correcta; muestra la abertura del nivel medio.

Vista superior: Aunque la forma general es correcta, la línea punteada está mal ubicada, pues no respeta la alineación con la vista frontal.

La representación correcta de las vistas es la siguiente:



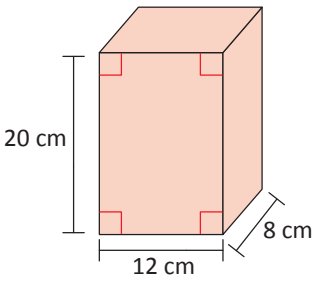
Frontal Lateral Superior

MEDIDAS DE FORMAS TRIDIMENSIONALES

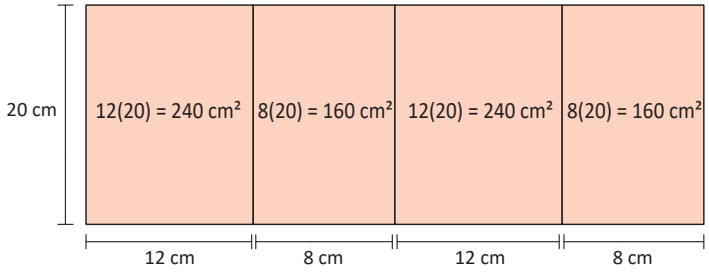
Área lateral y total de un prisma

Situación: Papel de regalo para una caja

Matilde tiene una caja de base rectangular, cuyas longitudes se muestran en la imagen, y cuenta con 800 cm² de papel de regalo entero. ¿Le alcanzará para forrar las caras laterales de la caja? (Supón que no se requiere solapa ni pestañas).



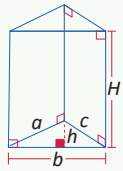
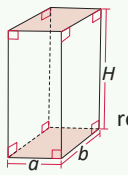
Determinamos el área de cada cara lateral:



Sumamos las áreas de todas las caras: $240 + 160 + 240 + 160 = 800\ cm^2$

Por lo tanto, sí le alcanzará para forrar la parte lateral de la caja.

A partir de lo trabajado, podemos afirmar que el **área lateral** suma las caras laterales del prisma; el área total incluye también las dos bases. Para los prismas de base triangular y rectangular se expresa:

Prisma	Área de la base (A_B)	Área lateral (A_L)	Área total (A_T)
 Prisma recto de base triangular	$A_B = \frac{1}{2} b \cdot h$ h: altura del triángulo	$A_L = aH + bH + cH$ $A_L = (a + b + c) \cdot H$	$A_T = 2A_B + A_L$
 Prisma recto de base rectangular	$A_B = a \cdot b$	$A_L = 2aH + 2bH$ $A_L = 2(a + b) \cdot H$	$A_T = 2A_B + A_L$

Situación: El regalo

Silvana va a comprar una vela en forma de prisma. Ella piensa que, si todas sus dimensiones se reducen a la mitad, entonces la cantidad de papel para forrarla también se reduce a la mitad. ¿Es correcto su razonamiento?

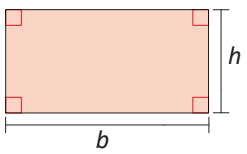
No es correcto. Al reducir todas las dimensiones a la mitad, las áreas (lateral y total) quedan multiplicadas por $\frac{1}{4}$. La cantidad de papel (sea lateral o total) se reduce a la cuarta parte, no a la mitad.

¿Sabías que...?

Los prismas y las pirámides están presentes en muchas construcciones del mundo real. Los prismas se usan para diseñar edificios, cajas o piscinas porque su volumen se calcula fácilmente multiplicando el área de la base por la altura. Las pirámides, como las de Egipto o Caral en el Perú, aprovechan su forma para ser estables y resistir el peso. Conocer sus medidas permite planear estructuras seguras y eficientes.

Recuerda

Área del rectángulo



$A_{\square} = b \times h$

Practica valores

- Utiliza un lenguaje respetuoso para interactuar con todos.
- Participa activamente en actividades escolares, convencido de que tu aporte fortalece al equipo.

Recuerda

Estas son algunas conversiones entre unidades de medida de volumen:

$1\ m^3 \equiv 1000\ dm^3$

$1\ km^3 \equiv 10^9\ m^3$

$1\ L \equiv 10\ dL$

$1\ kL \equiv 1000\ L$

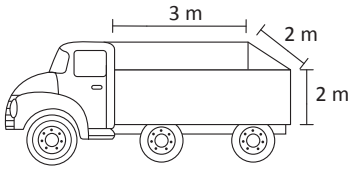
$1\ dm^3 \equiv 1\ L$

$1\ L \equiv 1000\ cm^3$

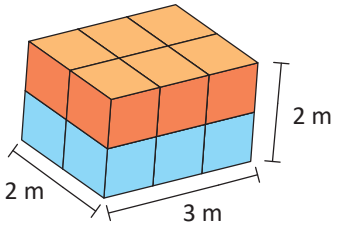
Volumen de un prisma

Situación: Venta de arena

Una ferretería utiliza el camión mostrado para trasladar arena para sus clientes (en cada viaje se llena a ras). ¿Cuánta arena puede transportar como máximo el camión en cada viaje? ¿Qué representa este valor en el contexto de la situación?



Representamos la tolva del camión utilizando cubos de 1 m × 1 m × 1 m para visualizar su capacidad. (Volumen de un cubo = 1 m^3).



En cada nivel caben 3 × 2 = 6 cubos. Como hay 2 niveles de altura, el total es 6 × 2 = 12 cubos, que equivale a 12 m^3.

Por lo tanto, el camión puede transportar hasta 12 m^3 de arena. Esta cantidad representa la capacidad volumétrica de la tolva.

El análisis previo muestra que el **volumen de un prisma** es la capacidad o espacio que ocupa el sólido.

Para un prisma recto u oblicuo:

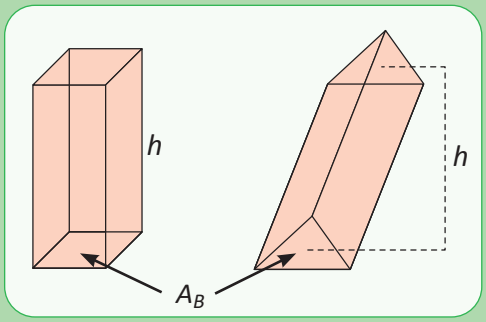
$$V = A_B \cdot h$$

Donde:

V: volumen del prisma

A_B: área de la base

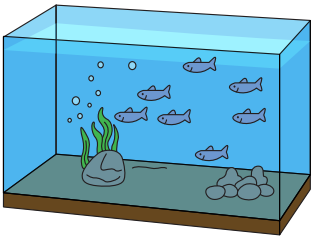
h: altura del prisma



Nota que el volumen del prisma rectangular recto equivale al producto de sus dimensiones (largo × ancho × altura).

Situación: La pecera

En una veterinaria están diseñando una nueva pecera rectangular de 40 cm × 30 cm × 20 cm. El encargado dice: "Si duplicamos las dimensiones de la base (el largo y el ancho) y dejamos la misma altura, entonces el volumen se duplicará". ¿Es correcta su afirmación? Explica.



Para un prisma: $V = A_B \cdot h$. El volumen original de la pecera es $V = 40 \times 30 \times 20 = 24\,000\ cm^3$. Si se duplica su largo y ancho, entonces el volumen ahora es el siguiente:

$V' = (40 \cdot 2) \times (30 \cdot 2) \times 20 = 80 \times 60 \times 20 = 96\,000\ cm^3$

Observamos que $V' = 4V$. Luego, el volumen se cuadruplica, no se duplica. Por tanto, la afirmación es incorrecta.

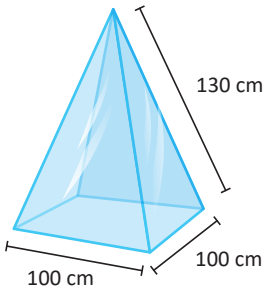
Reto matemático

Un prisma rectangular tiene 480 cm^3 de volumen. Sofía dice que, si su altura se duplica y el área de su base se reduce a la mitad, el volumen se mantiene igual. ¿Estás de acuerdo con ella? Justifica tu respuesta.

Área lateral y total de una pirámide

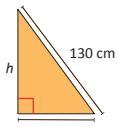
Situación: Área de una cubierta piramidal

Se desea construir una estructura de vidrio con forma de pirámide cuadrangular regular para cubrir un adorno navideño, con las medidas que se indican en la imagen. ¿Cuántos centímetros cuadrados de vidrio se necesitarán?



Para tener una visión general, representamos el desarrollo plano de la pirámide.

Calculamos la altura (apotema A_p).



$130^2 = 50^2 + h^2$

$h^2 = 130^2 - 50^2$

$h = 120$

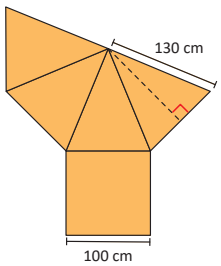
Hallamos el área del triángulo y del cuadrado:

$A_{\text{triángulo}} = \frac{b \times h}{2} = \frac{100 \times 120}{2} = 6000 \text{ cm}^2$

$A_L = 4 \times 6000 = 24\,000$

$A_B = l^2 = 100^2 = 10\,000$

$A_{\text{total}} = A_L + A_B = 24\,000 + 10\,000 = 34\,000 \text{ cm}^2$



Entonces, se necesitará 34 000 cm² = 3,4 m² de vidrio.

Del análisis previo, tenemos que el **área lateral** (A_L) de una pirámide es la suma de las áreas de las caras laterales.

Para una pirámide regular recta, se calcula así:

$$A_L = \frac{P_B}{2} \times A_p$$

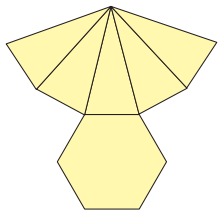
El **área total** (A_T) de una pirámide es la medida de la superficie total, es decir, la suma del área lateral más el área de la base:

$$A_T = A_L + A_B$$

A_B: área de la base P_B: perímetro de la base A_p: apotema de la pirámide

Situación: Representación del desarrollo plano

Óscar está diseñando un molde para fabricar velas con forma de pirámides hexagonales regulares. ¿Es posible obtener esa forma con el molde que ha diseñado? Sustenta tu respuesta.



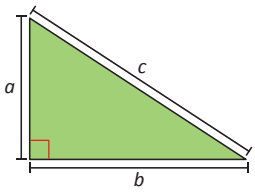
Observamos que el molde tiene una cara que es un hexágono regular y, además, cinco caras que son triángulos isósceles.

Si queremos una vela con base hexagonal, el desarrollo plano debería tener seis triángulos isósceles como caras laterales, y solo disponemos de cinco caras laterales.

Por tanto, no es posible obtener una vela hexagonal con ese molde.

Ten en cuenta

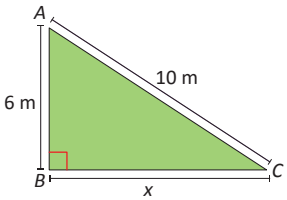
Según el teorema de Pitágoras, en todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa.



$a^2 + b^2 = c^2$

Ejemplo:

Halla el valor de x.



Resolución:

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$6^2 + x^2 = 10^2$

$x^2 = 100 - 36$

$x = \sqrt{64}$

$x = 8$ m

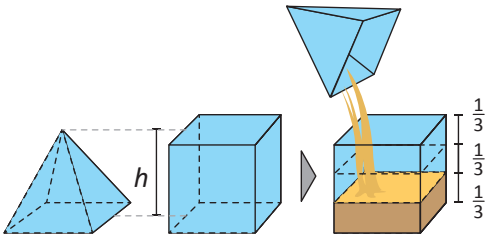
Ten en cuenta

La altura de una pirámide recta es la medida del segmento perpendicular que va desde el vértice hasta el centro de la base. No debe confundirse con la altura de las caras laterales (apotema lateral).

Volumen de una pirámide

Situación: Velas decorativas

En un taller de velas, Álex llevó a cabo el experimento que se observa en la imagen, empleando dos moldes (uno para cada tipo de vela).



Las bases de ambos moldes son iguales. Se llena la pirámide con arena y se vierte repetidas veces dentro del prisma.

¿Qué relación existe entre los volúmenes del prisma (cubo) y de la pirámide? Si la altura del prisma es 8 cm, ¿cuál es el volumen de la pirámide?

- Analizamos el experimento y reconocemos que, con cada vaciado de arena de la pirámide, se llena la tercera parte del prisma (cubo), cuando ambos tienen la misma base y la misma altura. Esta relación de 1:3 entre pirámide y prisma se expresa así:

$$V_{\text{pirámide}} = \frac{1}{3} \times V_{\text{prisma}}$$

- Calculamos el volumen de la pirámide:

$$V_{\text{prisma}} = 8^3 = 512 \text{ cm}^3 \Longrightarrow V_{\text{pirámide}} = \frac{512}{3} \approx 170{,}67 \text{ cm}^3$$

El volumen de la pirámide de 8 cm de altura es aproximadamente 170,67 cm^3.

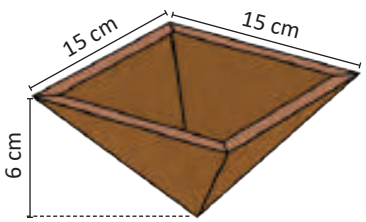
El análisis previo muestra que el **volumen** de una pirámide es igual a la tercera parte del producto del área de su base por su altura.

$$V_{\text{pirámide}} = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

Situación: Molde piramidal

Un diseñador propone un molde de chocolate con forma de pirámide regular de base cuadrada de 15 cm de lado y altura de 6 cm. Él afirma que el molde tiene capacidad para 500 mL de chocolate (1 $\text{cm}^3 \equiv 1$ mL).

¿Es correcta su afirmación? Justifica.



Nota: Las medidas son del interior del molde.

Calculamos el volumen:

$$\text{Área de la base} = 15 \times 15 = 225 \text{ cm}^2$$

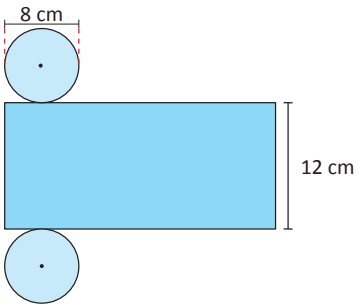
$$V = \frac{1}{3} \times 225 \times 6 = \frac{1}{3} \times 1350 = 450 \text{ cm}^3$$

La afirmación no es correcta; la capacidad es de 450 mL.

Área lateral y total de un cilindro

Situación: Fabricación de envases

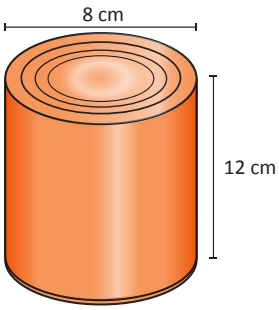
Una empresa fabrica envases reutilizables de aluminio a partir de una lámina rectangular y dos círculos que serán las tapas, como la que se observa en la figura. Al ensamblar estas piezas, ¿qué forma geométrica se obtiene y cuánta cantidad de material se necesita para fabricar un envase? (Considera $\pi \approx 3{,}14$).



Determinemos la forma geométrica. Al ensamblar el rectángulo y los dos círculos, se forma un cilindro.

Las superficies o áreas completas de las piezas planas corresponden a la cantidad de material que será cortado para armar el cilindro.

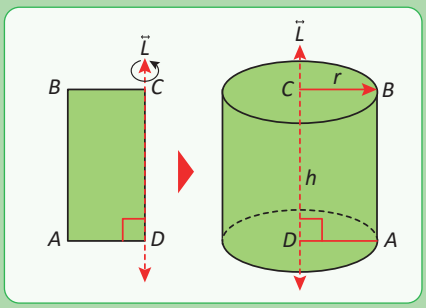
Hallamos la cantidad de material (área total):



- $2A_{círculo} = 2\pi r^2$
  (Radio $r = \frac{diámetro}{2} = \frac{8}{2} = 4$ cm)
  $2A_{círculo} \approx 2(3{,}14)(4)^2 = 100{,}48$ cm²
- $A_{rectángulo}$ = largo · ancho = L_c · ancho
  $A_{rectángulo} = (2\pi r) \cdot (12) \approx 301{,}44$ cm²
- $A_T = 2A_{círculo} + A_{rectángulo}$
  $A_T = 100{,}48 + 301{,}44 = 401{,}92 \approx 401{,}9$ cm²

Entonces, la cantidad de material de aluminio que se necesita es aproximadamente 401,9 cm².

A partir de lo trabajado, se puede afirmar que el **cilindro** es aquel cuerpo o sólido geométrico generado por la revolución de una región rectangular en torno a uno de sus lados (eje de revolución).

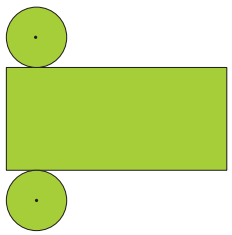


Superficie cilíndrica	Área total
$A_L = L_{○} \cdot h$	$A_T = A_L + 2A_B$
$A_L = 2\pi rh$	$A_T = 2\pi rh + 2\pi r^2$

$\overline{CB} = \overline{DA}$: radio ($r$)
$\overline{BA}$: generatriz = altura (h)
$\overleftrightarrow{L}$: eje de revolución

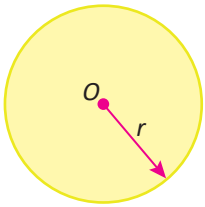
Ten en cuenta

El desarrollo de un cilindro recto es el siguiente:



Recuerda

Longitud de la circunferencia



$L_c = 2\pi r$

Donde:

r: radio de la circunferencia

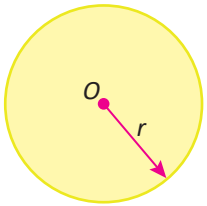
$\pi \approx 3{,}14$

Practica valores

- Participa con confianza en las actividades del aula.
- Expresa tus ideas con respeto y valorando las diferencias entre tus compañeros.

Recuerda

Área del círculo



$A_{\bullet} = \pi r^2$

Volumen de un cilindro

Situación: Envases cilíndricos

Un laboratorio envasa alcohol en frascos cilíndricos de 20 cm de altura y 6 cm de diámetro interior. Calcula la capacidad de cada frasco en mililitros. (Considera que 1 $cm^3 \equiv 1$ mL y $\pi \approx 3{,}14$).



Calculamos el volumen del cilindro:

$V_{\text{cilindro}} = \text{Área de la base} \cdot \text{altura} = A_B \cdot h$
La base es un círculo, entonces su área es $\pi \cdot r^2$.
$V_{\text{cilindro}} = A_B \cdot h = (\pi \cdot r^2) \cdot h$
$V_{\text{cilindro}} \approx (3{,}14 \cdot 3^2) \cdot 20 = 565{,}2\ cm^3$

$$565{,}2\ \cancel{cm^3} \times \frac{1\ mL}{1\ \cancel{cm^3}} = 565{,}2\ mL$$

Por lo tanto, la capacidad de cada frasco es aproximadamente 565,2 mL.

El análisis previo muestra que el **volumen de un cilindro** es igual al producto del área de su base por su altura.

$$V = A_B \cdot h, \text{ con } A_B = \pi \cdot r^2 \Longrightarrow V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

V: volumen (en unidades cúbicas, p. ej. cm^3 o m^3)
A_B: área de la base
h: altura
r: radio de la base

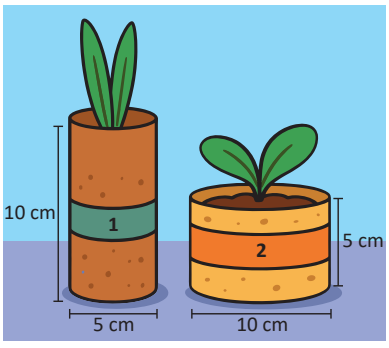
- Observación: En contextos de capacidad, $1\ cm^3 \equiv 1$ mL y $1\ dm^3 \equiv 1$ L.

Evalúa tus progresos

- Representa situaciones reales usando modelos tridimensionales
- Expresa su comprensión de las propiedades de los prismas y pirámides comunicando los resultados de volumen y área con unidades y conversiones adecuadas.
- Emplea procedimientos para calcular las áreas lateral y total de pirámides y prismas, cilindros, resolviendo problemas de capacidad y materiales.
- Justifica la relación entre volúmenes de pirámide y prisma, explicando con ejemplos variaciones al modificar las dimensiones y corrigiendo errores conceptuales.

Situación: Modelos de maceteros

Claudia elabora maceteros cilíndricos reciclados. Ella afirma que el modelo 2 es más conveniente que el modelo 1, porque almacena menor cantidad de tierra. ¿Estás de acuerdo con Claudia? Justifica con cálculos.



Calculamos el volumen de cada modelo:

Modelo 1

$V_1 = \pi r^2 h \approx (3{,}14)(2{,}5)^2(10)$
$V_1 \approx 196{,}25\ cm^3$

Modelo 2

$V_2 = \pi r^2 h \approx (3{,}14)(5)^2(5)$
$V_2 \approx 392{,}5\ cm^3$

La afirmación de Claudia es incorrecta; el modelo 1 es el que requiere menor cantidad de tierra.

SUCESOS

Experimentos deterministicos y aleatorios

Situación: Tómbola escolar

En una feria escolar, se ha organizado una tómbola con 200 boletos numerados, 50 de ellos con premio. Cada estudiante paga para participar y extrae, sin mirar, un boleto de una caja cerrada. ¿Qué acciones del proceso se pueden predecir con certeza y cuáles no?



Acciones que se pueden predecir con certeza, porque la estructura del juego es determinista:

- Cada estudiante deberá pagar un monto para participar.
- Cada estudiante deberá extraer un solo boleto de la caja.

Acciones que no se pueden predecir con certeza, porque la extracción del boleto es aleatoria.

- Qué número de boleto sacará un estudiante.
- Si el boleto tendrá premio o no.

De acuerdo con lo analizado, un experimento es **determinista** cuando al repetirse bajo las mismas condiciones su resultado es único y predecible. Son típicos de las ciencias exactas, como la física o la química.

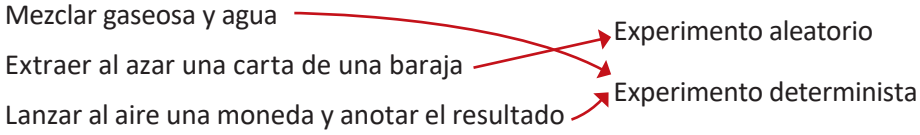
Un experimento es **aleatorio** cuando, aun repitiéndose bajo las mismas condiciones, no se puede predecir el resultado exacto, aunque sí se conocen todos los resultados posibles (espacio muestral).

Ejemplos:

Aleatorio	Determinista
Lanzar un dado equilibrado.	Sumar 3 con 4 y obtener 7.
Sacar un boleto de una caja cerrada con 200 boletos numerados.	Que el agua hierva a 100 °C a 1 atm (nivel del mar).

Situación: Clasificación de experimentos

Raúl afirma que la relación mediante flechas es correcta. ¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta.



La afirmación de Raúl es incorrecta. Cuando se lanza al aire una moneda y se anota lo que sale, el resultado es impredecible; es un experimento aleatorio. La relación correcta es la siguiente:

Mezclar gaseosa y agua → Determinista
Extraer una carta → Aleatorio
Lanzar una moneda → Aleatorio

¿Sabías que...?

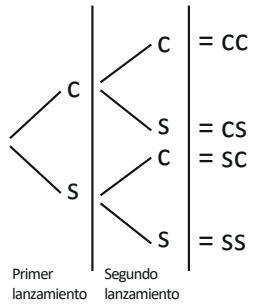
Los sucesos en probabilidad se clasifican según la posibilidad de que ocurran. Un suceso seguro siempre sucede, como, por ejemplo, que salga un número al lanzar un dado. Un suceso posible puede ocurrir o no, como sacar un número par. Y un suceso imposible jamás ocurre, como obtener el número 7 en un dado común.

Practica valores

- Dialoga con respeto y apertura, reconociendo las diferencias y buscando acuerdos que fortalezcan la convivencia en el aula.
- Reconoce tus errores sin sentirte menos capaz, y vuelve a intentarlo con una actitud positiva.

Ten en cuenta

Diagrama de árbol



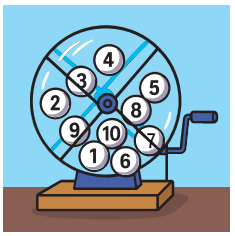
Ω = {cc, cs, sc, ss}

Evalúa tus progresos

- Representa el espacio muestral de un experimento aleatorio (como la extracción de bolillas o el lanzamiento de monedas o dados) y los sucesos.
- Expresa su comprensión del significado del valor de la probabilidad de los sucesos.
- Emplea notación de conjuntos y la escala de probabilidad para describir los resultados.
- Argumenta con ejemplos la diferencia entre un experimento determinista y uno aleatorio, y justifica la clasificación de los sucesos (seguro, imposible, probable, equiprobable) basándose en el análisis del espacio muestral y la definición de probabilidad.

Tipos de sucesos

Situación: Bolillas numeradas



La profesora propone un juego con 10 bolillas numeradas del 1 al 10. Ernesto extrae una bolilla al azar sin ver. Antes de jugar, surgen las siguientes interrogantes:

- ¿Podría salir un número menor que 11?
- ¿Podría salir un número par?
- ¿Podría salir el número 15?

El espacio muestral del experimento aleatorio de sacar una bolilla del ánfora de 10 bolillas numeradas del 1 al 10 es Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10}.

- Sea el suceso *A*: salir un número menor que 11. Todas las bolillas son menores que 11; por lo tanto, este suceso siempre ocurre. Es un suceso seguro.
- Sea el suceso *B*: salir un número par. Hay cinco bolillas con números pares (2; 4; 6; 8 y 10) y cinco bolillas con números impares (1; 3; 5; 7 y 9). A veces puede salir un número par y a veces no. Es un suceso posible.
- Sea el suceso *C*: salir el número 15. La bolilla 15 no es un resultado del espacio muestral. Este es un suceso imposible.

Según la probabilidad de un suceso, $P(A)$, se representa con un número entre 0 y 1 ($0 \leq P(A) \leq 1$). A continuación, se presenta una escala cualitativa y cuantitativa que permite interpretar ese valor:

Escala cualitativa	Escala cuantitativa	Expresión verbal	Ejemplo
Imposible	0	Nunca ocurre.	Que salga 7 en un dado numerado del 1 al 6.
Poco probable	Entre 0 y 0,5	Tiene baja probabilidad.	Que llueva en el desierto.
Igualmente probable o equiprobable	0,5	Su probabilidad de ocurrir o no ocurrir es la misma.	Lanzar una moneda y que salga cara o sello.
Probable	Entre 0,5 y 1	Tiene alta probabilidad.	Sacar una bola roja de una bolsa con 3 rojas y 1 azul.
Seguro	1	Ocurre siempre	Que salga un número menor que 7 en un dado.

Situación: Urna de pelotas



Durante una actividad en clase, Ana presenta una urna como la que se muestra en la imagen. Luego, extrae una pelota al azar, sin reemplazo. Un compañero afirma: "Es seguro que saldrá una pelota verde, porque hay más pelotas verdes que de los otros colores". ¿Es válida esta afirmación?

La afirmación no es válida. Aunque hay más pelotas verdes en la urna, al extraer una pelota al azar puede salir cualquiera de los colores. No es seguro que salga una pelota verde, porque existe la posibilidad de obtener una pelota de otro color (roja o blanca). Por lo tanto, es un suceso probable, pero no seguro.

EVENTOS PROBABILÍSTICOS

Espacio muestral y suceso

Situación: Juego de dados

Un grupo de estudiantes lanza dos veces un dado numerado del 1 al 6. Ganan puntos si obtienen los pares de números que faltan en la tabla. Si Sofía participa, ¿qué pares podría obtener al lanzar el dado y cuáles le permiten ganar puntos?

	1; 1		1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
	2; 1	2; 2	2; 3	2; 4		2; 6
	3; 1	3; 2	3; 3		3; 5	3; 6
	4; 1	4; 2	4; 3		4; 5	4; 6
	5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	
	6; 1	6; 2		6; 4	6; 5	6; 6

A continuación, se presentan todos los posibles resultados:

{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6); (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6); (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)} es el espacio muestral.

Según las reglas, Sofía gana puntos si obtiene alguno de estos resultados: {(1; 2); (2; 5); (3; 4); (4; 4); (5; 6); (6; 3)}

La situación anterior ilustra que el **espacio muestral** (Ω) es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.

Por ejemplo, en el experimento aleatorio de lanzar un dado, el espacio muestral es Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}. Luego, $n(\Omega) = 6$.

Un **suceso o evento** (A) es un subconjunto del espacio muestral (Ω). Por ejemplo, en el experimento aleatorio de lanzar un dado, para el suceso "A: sacar un número impar", se tiene que A = {1; 3; 5}. Luego, $n(A) = 3$. (Observa que $A \subset \Omega$).

Situación: Lanzamiento doble de una moneda

Alberto lanza una moneda dos veces y anota los resultados en forma ordenada.

Luego, afirma: "Hay tres resultados posibles: dos caras (CC), dos sellos (SS) o una cara y un sello (CS)". ¿Es correcta su afirmación? Sustenta tu respuesta.



La afirmación de Alberto es incorrecta. Al anotar en forma ordenada, el orden de los resultados sí importa; no tomó en cuenta esa condición. Alberto consideró que CS y SC son el mismo resultado.

El espacio muestral correcto es {(CC); (CS); (SC); (SS)}, $n(\Omega) = 4$.

¿Sabías que...?

La probabilidad frecuencial se usa para estimar la posibilidad de que ocurra un evento a partir de datos reales. Por ejemplo, los especialistas en salud analizan cuántas personas se resfrían en diferentes estaciones del año para predecir cuándo habrá más casos. También se aplica en deportes para calcular el rendimiento de un jugador, o en meteorología para estimar la probabilidad de lluvia según cuántos días llovió en situaciones similares. Gracias a esta información frecuente y observable, podemos tomar decisiones con mayor seguridad en la vida diaria.

Ten en cuenta

$n(\Omega)$: número de elementos del espacio muestral.

$n(A)$: número de elementos del evento A.

Reto matemático

Fernanda afirma: "Siempre que repito un experimento varias veces, el espacio muestral cambia".

¿Estás de acuerdo con ella? Argumenta tu respuesta.

Ten en cuenta

Pierre Simon Laplace (1749-1827) fue un astrónomo, físico y matemático francés, que anunció la primera definición de probabilidad.

La **ley de los grandes números** establece que la frecuencia relativa de un evento tiende a estabilizarse alrededor de su probabilidad teórica a medida que el número de ensayos aumenta.

Probabilidad frecuencial

Situación: Lanzamientos de dados

Nelda y sus compañeros juegan a lanzar el dado. Ella registró los resultados de 20 lanzamientos. Los números obtenidos fueron los siguientes: 3; 5; 2; 6; 1; 5; 4; 5; 3; 2; 6; 5; 1; 4; 3; 2; 5; 6; 2; 5.

¿Qué número salió con mayor frecuencia? ¿Qué fracción del total representa ese número? Explica qué significa esta fracción.

Organizamos los resultados en una tabla de frecuencias:

Número	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1$
2	4	$\frac{4}{20} = 0{,}2$
3	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$
4	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1$
5	6	$\frac{6}{20} = 0{,}3$
6	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$
Total	20	1,0

- De acuerdo con las frecuencias absolutas, el número que salió con mayor frecuencia es el 5, que apareció 6 veces.
- Identificamos la columna de la frecuencia relativa. La fracción correspondiente es $\frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0{,}3$. Este resultado representa la probabilidad frecuencial; significa que, de 10 lanzamientos, en 3 de ellos salió 5.

Observando la situación anterior, se tiene que la **probabilidad frecuencial** (experimental o empírica) se determina mediante la observación y repetición de un experimento bajo las mismas condiciones. La **frecuencia relativa** con la que ocurre un evento *A* se utiliza como estimación de su probabilidad.

Al repetir el experimento *n* veces, si el evento *A* ocurre *f* veces, entonces definimos:

$$P(A) = \frac{\text{Número de veces que ocurre el evento}}{\text{Número de veces que se repite el experimento}} = \frac{f}{n}$$

Ejemplo: Si lanzas una moneda 100 veces y sale cara 48 veces, la probabilidad frecuencial de que salga cara es $P(\text{cara}) = \frac{48}{100} = 0{,}48$.

Cuantas más repeticiones se realicen, esta probabilidad frecuencial se acercará más al valor teórico. En el caso de una moneda justa, la probabilidad teórica es $P(\text{cara}) = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

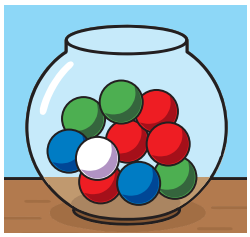
Reto matemático

Rómulo afirma que la regla de Laplace se puede usar aunque los resultados totales del experimento aleatorio no sean equiprobables.

¿Es correcta su afirmación? Argumenta tu respuesta empleando ejemplos.

Regla de Laplace (expresión decimal y porcentual)

Situación: Envase con bolas de colores



En un envase hay 10 bolas de diferentes colores: 3 verdes, 2 azules, 4 rojas y 1 blanca. Un estudiante sacará una bola al azar, sin mirar. ¿Cómo se calcula la probabilidad de que la bola resulte ser azul?

Determinamos el espacio muestral:
Ω = {verde, verde, verde, azul, azul, roja, roja, roja, roja, blanca}
$n(\Omega) = 10$ casos posibles
Identificamos el suceso A: sacar una bola azul.

A = {azul1, azul2} $\Longrightarrow n(A) = 2$ casos favorables

Calculamos la probabilidad mediante la regla de Laplace:

$$P(A) = \frac{\text{N.° de casos favorables}}{\text{N.° de casos posibles}} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Por tanto, la probabilidad de sacar una bola azul es $\frac{1}{5} = 0{,}2$, que también se puede expresar como porcentaje multiplicando dicho valor por 100 %: $0{,}2 \times 100\,\% = 20\,\%$.

La situación anterior ilustra la **regla de Laplace**. Esta señala que, dado un espacio muestral finito (Ω), donde todos los resultados tienen la misma posibilidad de ocurrir (equiprobables), la probabilidad de que ocurra el suceso A se denota por $P(A)$ y se calcula mediante esta relación:

$$P(A) = \frac{\text{N.° de casos favorables de } A}{\text{N.° de casos posibles}} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

La probabilidad de un suceso es siempre mayor o igual que cero, pero menor o igual que uno. Dado el suceso A, se cumple que $0 \leq P(A) \leq 1$.

Situación: Probabilidad al lanzar una moneda



Julio lanza una moneda dos veces y pregunta: "¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente un sello (S) en esos lanzamientos?". Sara responde que es $\frac{3}{4}$, argumentando que solo hay una posibilidad sin sellos. ¿Es correcta la respuesta de Sara? (Recuerda que el orden importa).

Ω = {(CC); (CS); (SC); (SS)} $\Longrightarrow n(\Omega) = 4$ Casos favorables: A = {(CS); (SC)} $\Longrightarrow n(A) = 2$

$$P(A) = \frac{\text{N.° de casos favorables de } A}{\text{N.° de casos posibles}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

En consecuencia, la afirmación de Sara es incorrecta.

Ten en cuenta

La regla de Laplace solo aplica si todos los resultados o sucesos elementales son **equiprobables**, es decir, si todos tienen la misma probabilidad de salir.
Por ejemplo, en un lanzamiento de moneda justa, cara y sello tienen igual probabilidad de salir $\left(\frac{1}{2}\right)$.

TIC

Evalúa tus progresos

- Determina el espacio muestral y los sucesos de experimentos aleatorios usando conjuntos y diagramas para contar resultados.
- Explica el experimento de los sucesos para contrastar la probabilidad experimental con la probabilidad teórica.
- Emplea la regla de Laplace y la probabilidad frecuencial para calcular y expresar probabilidades.
- Argumenta la aplicabilidad de la regla de Laplace, justificando si los resultados de un experimento son o no equiprobables.

Actividad lúdica



¡Valida tus ideas jugando! Usa las reglas del juego, evalúa tus estrategias y da sentido matemático a tus acciones.

Tu propósito de aprendizaje

Experimenta y predice resultados en un juego de azar (lanzamiento de dados), analizando la frecuencia de ocurrencia de los sucesos para contrastar la probabilidad experimental con la probabilidad teórica, y comunicar conclusiones sobre la equidad y la influencia del azar en la toma de decisiones.

Practica valores

- Promueve la participación en debates, asegurando que todos puedan opinar libremente.
- Pregunta con respeto cuando discrepes con alguna decisión y propón alternativas.

Los canguros y la probabilidad

1. Situación

En una feria escolar se organiza una competencia entre once canguros numerados del 2 al 12. Cada estudiante debe predecir cuál será el canguro más rápido.

Pero hay un reto: el avance de los canguros depende de los resultados al lanzar dos dados.

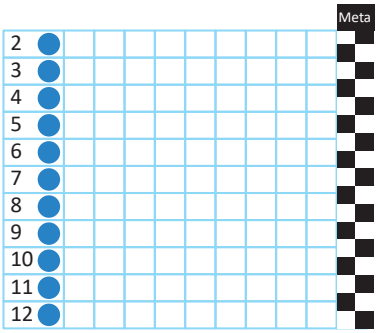


2. Reglas

Para abordar esta situación, toma en cuenta las siguientes reglas:

a. Se forman equipos de 3 a 5 estudiantes.

b. Cada equipo recibe dos dados y fichas o marcadores, para registrar los saltos de cada canguro, y un tablero con los canguros numerados del 2 al 12.



c. Se lanzan los dados y se suma el resultado; el canguro correspondiente al número obtenido avanza una casilla.

d. Como una variante, en lugar de sumar los valores de los dados, estos se pueden restar.

e. Gana el canguro que logre 10 saltos primero.

f. Si se juega en equipos, gana aquel que haya apostado o predicho correctamente al canguro ganador.

2. Desarrollo

En el transcurso de la actividad, considera los siguientes aspectos:

a. Predicción inicial

- Cada estudiante debe elegir un canguro favorito (del 2 al 12).
- Justifican su elección.

b. Juego de rondas

- Se lanzan los dos dados y se registra el avance del canguro correspondiente.

c. Registro de frecuencias

- Se elabora una tabla con cada lanzamiento de dados.
- El juego continúa hasta que un canguro complete 10 saltos.

N.º de lanzamiento	Suma de los valores del dado	N.° del canguro que avanza
1	4 + 3 = 7	7
2	1 + 1 = 2	2
3	5 + 1 = 6	6
4	5 + 2 = 7	7
5	1 + 4 = 5	5
⋮	⋮	⋮

- Al finalizar, se cuenta cuántas veces salió cada número.

N.° del canguro	Frecuencia
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

- Esta información permite comparar la frecuencia experimental (lo que realmente ocurrió) con la probabilidad teórica (lo que se esperaba según las combinaciones posibles).

d. Análisis y comparación

- Se discute: ¿el canguro ganador fue el esperado según la probabilidad?, ¿hubo sorpresas?

4. Reflexión

Responde estas preguntas como guía para autoevaluar lo aprendido:

a. ¿Todos los canguros tienen las mismas posibilidades de ganar?, ¿por qué sí o por qué no?
b. ¿Qué números aparecen con mayor frecuencia al sumar dos dados?, ¿y cuáles con menor frecuencia?
c. ¿Por qué el 7 suele aparecer más veces que el 2 o el 12?
d. Si se jugara con la variante de restar los números de los dados, ¿qué resultados serían los más frecuentes?
e. ¿Qué relación encuentras entre este juego y el concepto de probabilidad?
f. ¿De qué manera este experimento te ayuda a tomar decisiones más acertadas?

Evalúa tus progresos

- Simula el experimento del juego de los canguros, representando todos los resultados posibles y registrando la frecuencia de ocurrencia de cada suma durante la dinámica de juego, utilizando tablas y marcadores.
- Expresa su comprensión sobre la comparación de la probabilidad teórica y probabilidad experimental.
- Emplea la regla de Laplace para predecir qué canguro tiene mayor probabilidad de ganar y compara las frecuencias experimentales con las teóricas.
- Argumenta la equidad del juego, explicando por qué algunos canguros avanzan más y relacionando el azar con la probabilidad teórica esperada.

UNIDAD

6

Garantizamos una gestión eficiente del uso de plástico y de una producción sostenible



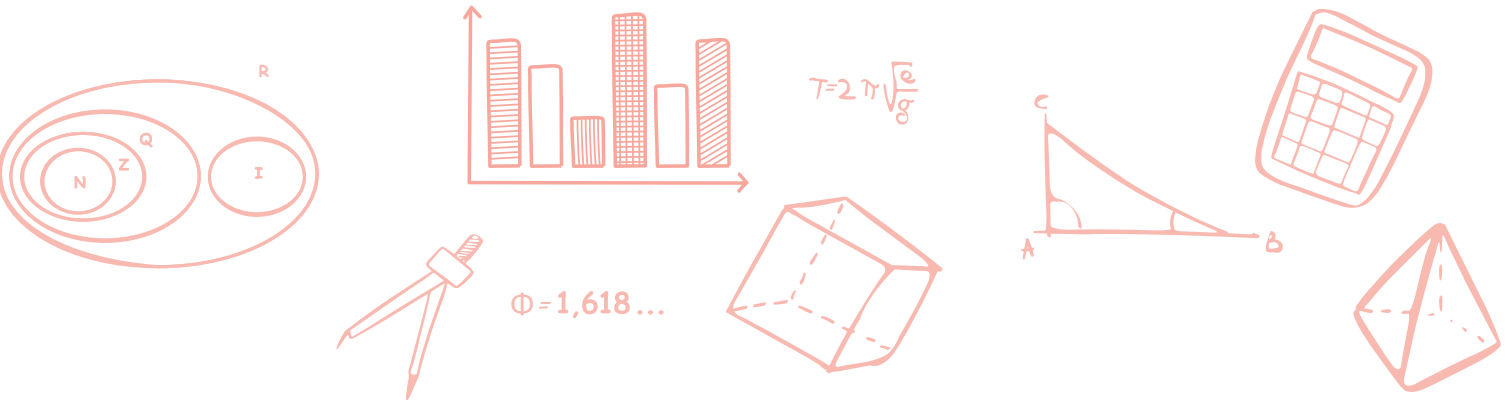
OBJETIVO DE DESARROLLO SOSTENIBLE

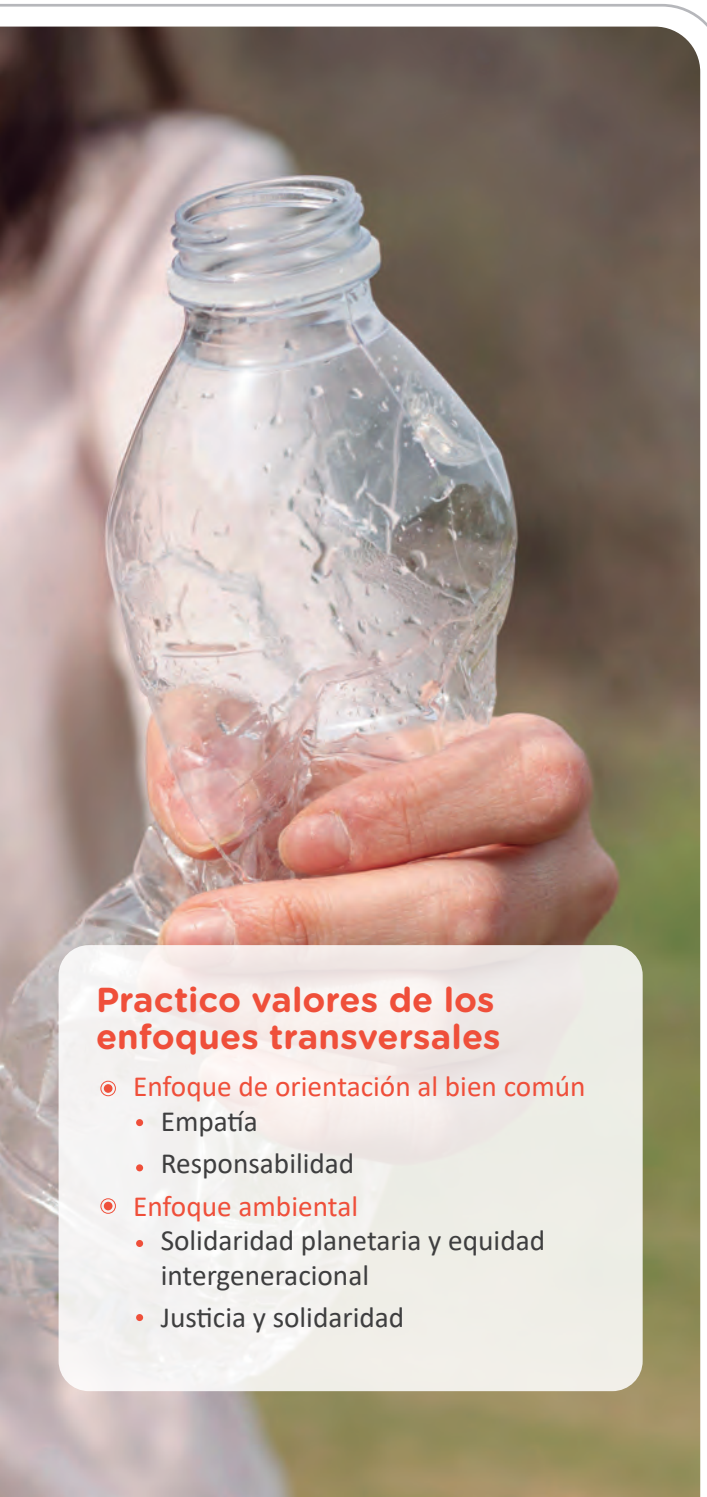
12 PRODUCCIÓN Y CONSUMO RESPONSABLES

Este objetivo busca garantizar formas de consumo y producción sostenibles. Esto significa usar los recursos de manera eficiente, reducir los residuos y cambiar los hábitos de consumo para proteger el planeta.

Estas son algunas acciones que se deben promover:

- La reducción de residuos, el uso responsable de recursos y la gestión adecuada de los desechos, incluyendo el plástico de un solo uso.
- Cambiar hábitos de consumo, fomentar el reciclaje y reducir la contaminación por plásticos.





Fuente: Freepik (2020).

Practico valores de los enfoques transversales

- Enfoque de orientación al bien común
  - Empatía
  - Responsabilidad
- Enfoque ambiental
  - Solidaridad planetaria y equidad intergeneracional
  - Justicia y solidaridad

En esta unidad...

Desarrollo mis competencias

- Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio
- Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Construyo mis conocimientos

Progresión aritmética

- Regla de formación de una progresión aritmética
- Término *n*-ésimo de una progresión aritmética (a_n)
- Suma de términos de una progresión aritmética
- Interpolación de términos en una progresión aritmética

Medidas estadísticas

- Medidas de tendencia central: moda para datos no agrupados
- Medidas de tendencia central: mediana para datos no agrupados
- Medidas de tendencia central: media aritmética para datos no agrupados

Investigamos



Lee y valora cada situación, asume un rol, usa el anexo, resuelve y sustenta tus soluciones con ideas matemáticas.

SITUACIÓN:
Futuro sin plástico

La contaminación por plástico en el Perú se ha convertido en una amenaza seria para la biodiversidad, la salud pública y el combate contra el cambio climático. Cada año, toneladas de desechos plásticos llegan a nuestros mares, ríos y tierras, afectando de manera devastadora los ecosistemas.

Como **brigadista ambiental**, tu tarea será recolectar, organizar y analizar datos reales sobre el uso de plásticos en tu comunidad educativa para proponer soluciones sostenibles que ayuden a reducir su impacto.

Editorial



Parar la contaminación por plástico

Fuente: *El Peruano* (2024).

¿Cómo reducir el uso de plásticos mediante acciones que se puedan mantener en el tiempo, respaldadas por datos reales sobre la generación de residuos y el impacto de posibles soluciones?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo A):

- **Diseña** y aplica una encuesta sobre la gestión del uso de plásticos en tu comunidad. Recoge información acerca de cómo las personas de tu familia y vecinos usan y desechan plásticos. Considera aspectos cualitativos (por ejemplo, qué tipo de plásticos se utilizan con mayor frecuencia) y cuantitativos (por ejemplo, cuántas botellas o bolsas se usan en una semana).
- **Organiza** y representa los resultados de la encuesta en tablas de frecuencias y gráficos estadísticos (barras, circulares o de líneas) que permitan visualizar con claridad las tendencias de consumo de plásticos en tu comunidad. Contrasta las tendencias de tu encuesta con los datos a nivel nacional o mundial.
- **Analiza** los datos utilizando medidas de tendencia central. Calcula el promedio de residuos plásticos generados y el tipo de residuo más frecuente; compara estos resultados con los de tus compañeros, con información local, nacional o mundial, y redacta tus conclusiones.
- **Revisa** e indaga información sobre propuestas ecológicas y, a partir de una de ellas, propón una acción para reducir el uso de plástico. Emplea la progresión aritmética para estimar la disminución de residuos en ocho semanas, considerando una reducción fija cada semana.
- **Diseña** una propuesta de reducción del uso de plástico en tu comunidad o colegio basada en los resultados de la encuesta y el análisis de la realidad nacional y mundial, y la estimación con progresión aritmética, que motive a tu comunidad a reducir el uso de plásticos. Puedes presentarla como un afiche o una infografía e incluir información adicional.

SITUACIÓN
Producción y comercialización en el quiosco escolar

En los últimos años, los quioscos de las instituciones educativas han buscado mejorar la calidad y variedad de los alimentos que ofrecen a los estudiantes. Sin embargo, es necesario organizar mejor la producción, estimar los costos, analizar los tipos de alimentos más solicitados y tomar decisiones para lograr un servicio más saludable y rentable.

Como **asistente de análisis y planificación**, tu tarea será interpretar datos reales sobre alimentos vendidos, costos, ingresos y satisfacción de los estudiantes, con el objetivo de elaborar un informe que oriente la toma de decisiones para la mejora del quiosco escolar.



Quioscos de los colegios no venderán comida chatarra

Fuente: *El Peruano* (2019).

¿Cómo puedes analizar y proyectar datos de ventas, costos y tipos de alimentos que ofrece el quiosco escolar con el fin de proponer mejoras?

Ten en cuenta las siguientes orientaciones (si es necesario, consulta el anexo B):

- **Diseña** y aplica una encuesta sobre las preferencias de los estudiantes respecto a los alimentos del quiosco. Incluye preguntas que recojan datos de variables cualitativas (frutas, bebidas, galletas, sándwiches) y cuantitativas (cantidad comprada, gasto semanal).
- **Organiza** los resultados en tablas de frecuencias y gráficos estadísticos, y elabora conclusiones con base en la información obtenida.
- **Reconoce** las preferencias empleando las medidas de tendencia central (media, mediana y moda). Compara los resultados con los de tus compañeros y redacta tus conclusiones.
- **Analiza** los ingresos registrados en el quiosco durante las últimas semanas. Calcula el ingreso promedio (media aritmética) y justifica cómo estos valores pueden apoyar la toma de decisiones para mejorar la gestión.
- **Proyecta** las preferencias de los estudiantes usando progresiones aritméticas. Por ejemplo, si la venta de frutas crece de manera lineal cada semana, estima cuántas se venderán en 15 días.
- **Elabora** un informe con tus conclusiones: ¿qué tipo de alimento debería priorizar el quiosco para mejorar la salud y satisfacción de los estudiantes, y al mismo tiempo asegurar su rentabilidad?

Anexo A: Futuro sin plástico

1. Encuesta sobre la gestión del uso de plásticos en la comunidad

Encuesta sobre gestión de uso de plásticos en la comunidad

Instrucciones: Completa la siguiente información con honestidad y exactitud. Los datos serán usados con fines educativos y permanecerán en confidencialidad.

1. Edad:_____ años **2. Género:** ☐ Femenino ☐ Masculino

3. Generación semanal de residuos

Durante una semana, anota la cantidad de residuos plásticos de cada tipo que generas.

Día	Botellas de plástico (unidades)	Bolsas de plástico (unidades)	Otros (vasos, cubiertos, etc.) (unidades)
Lunes			
Martes			
Miércoles			
Jueves			
Viernes			
Sábado			
Domingo			

4. Residuo de plástico más frecuente

¿Qué tipo de plástico podrías reducir? Elige uno.

- Botellas descartables
- Bolsas plásticas
- Vasos descartables
- Cucharas o cubiertos de plástico
- Envolturas de golosinas
- Otro: _____

5. Disposición a adoptar soluciones ecológicas

Marca tu nivel de disposición para implementar las acciones ecológicas propuestas. (1 = menor disposición; 5 = mayor disposición).

Acción ecológica	1	2	3	4	5
Usar tomatodo en vez de botella.					
Llevar bolsas de tela.					
Separar residuos para reciclar.					
Evitar productos con mucha envoltura.					
Otra: _____					

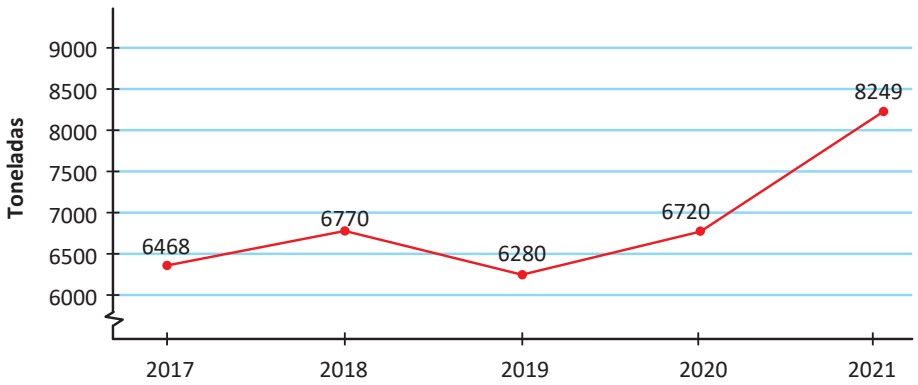
2. Tabla de frecuencias para organizar datos

Residuos plásticos	Conteo	Frecuencia
Botellas descartables/bolsas plásticas		
Envolturas de golosinas		
Vasos descartables		
Cucharas o cubiertos de plástico		
Otros		

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

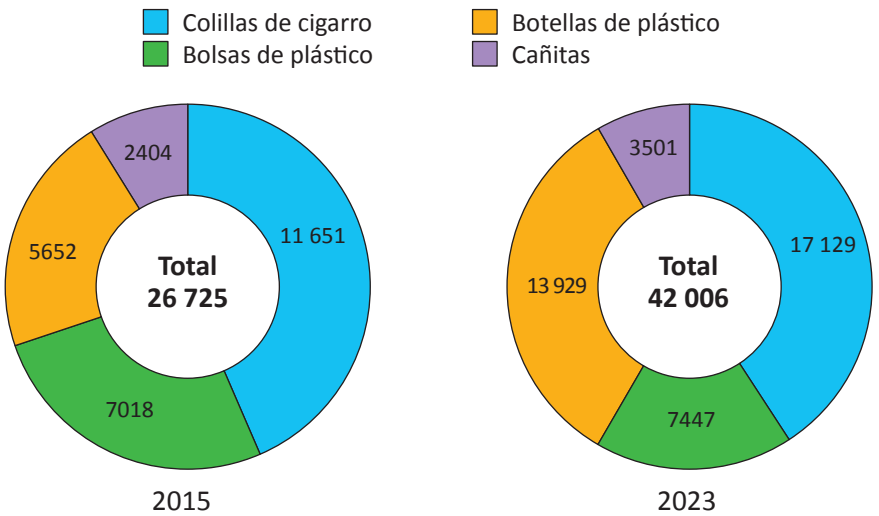
3. Información sobre la cantidad de residuos en el mar peruano

Evolución de la cantidad de basura en las playas del Perú durante el periodo 2017-2021 (en toneladas)



Fuente: Ceplan (2024).

Principales residuos en el mar peruano (2015 y 2023)



Fuente: Ceplan (2024).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

4. Información de concientización sobre la reducción del uso de plásticos



Fuente: Minam (s. f.).



Fuente: Minam (s. f.).

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Anexo B: Producción y comercialización en el quiosco escolar

1. Ejemplo de encuesta

Encuesta sobre consumo en el quiosco escolar

Nombre del cliente (opcional): _____

Fecha: ____ / ____ / ____

1. ¿Con qué frecuencia compras en el quiosco escolar?

- ☐ Todos los días
- ☐ De 3 a 4 veces por semana
- ☐ 1 o 2 veces por semana
- ☐ Casi nunca

2. ¿Qué tipo de alimentos compras con mayor frecuencia en el quiosco? (Puedes marcar más de una opción).

- ☐ Frutas
- ☐ Bebidas naturales
- ☐ Galletas
- ☐ Sándwiches
- ☐ Otros: _____

3. ¿Cuántas unidades de alimentos compras en promedio cada vez que visitas el quiosco?

- ☐ 1 unidad
- ☐ 2 unidades
- ☐ 3 unidades
- ☐ Más de 3 unidades

4. ¿Cuánto gastas aproximadamente a la semana en el quiosco escolar?

- ☐ Menos de S/5
- ☐ Entre S/5 y S/10
- ☐ Entre S/10 y S/15
- ☐ Más de S/15

5. ¿Qué tan satisfecho estás con el servicio del quiosco escolar?

- ☐ Muy satisfecho
- ☐ Satisfecho
- ☐ Poco satisfecho
- ☐ Nada satisfecho

Si pudieras elegir, ¿qué alimento te gustaría que el quiosco ofrezca con mayor frecuencia?

_____

¡Gracias por tu tiempo! Tu opinión nos ayuda a mejorar.

Información propuesta y adaptada para fines educativos.

Exploramos

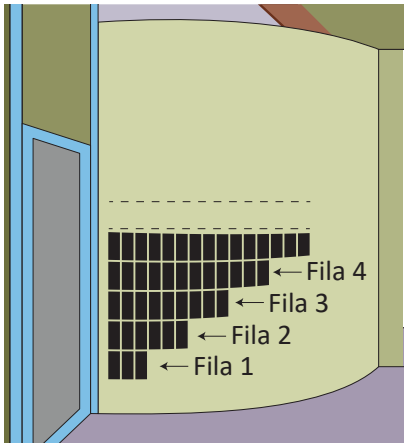


Activa tus aprendizajes previos, conversa con tus compañeros y resuelve estos problemas.

1. Estilo moderno

Un albañil construye una pared como la que se observa en la imagen.

Para continuar, necesita anticipar cuántos bloques de vidrio habrá en cada fila antes de colocarlos.



a. ¿Cuántos bloques de vidrio necesitará en la fila 6?, ¿y en la fila 7?

b. ¿Cómo podrías expresar el número de bloques en una fila *n* cualquiera? ¿Cómo lo comprobarías?

c. Se afirma que, en cada nueva fila, la cantidad de bloques de vidrio se obtiene restando siempre la misma cantidad respecto a la fila anterior. ¿Estás de acuerdo con eso? Justifica tu respuesta.

2. Hielo en el camino

Para conservar algunos alimentos frescos, se colocan bloques de hielo a su alrededor. Un transportista registra la masa de uno de los bloques en distintos momentos de su viaje. Observa los datos en la tabla.

Tiempo (h)	Masa del mismo bloque de hielo (kg)
0	12
2	9
3	7,5
4	6
⋮	⋮

Nota: Suponer una pérdida lineal.

a. ¿Qué ocurre con la masa del hielo a medida que transcurre el tiempo?, ¿disminuye siempre lo mismo?, ¿cuánto se pierde por cada hora?

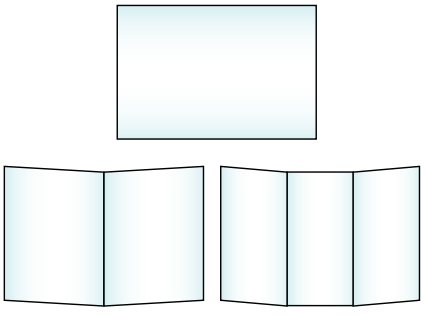
b. ¿Cómo podrías expresar la masa del hielo después de cualquier cantidad de horas?

c. El transportista afirma que al terminar su viaje de 7 horas aún habrá 3 kg de hielo. ¿Estás de acuerdo con esa afirmación? Justifica tu respuesta.

d. Si el viaje dura 6 horas, ¿qué porcentaje de la masa inicial quedará al llegar?

3. Experimento con papel

Durante una feria escolar de ciencias, un grupo de estudiantes decide registrar lo que ocurre al doblar y desdoblar varias veces una hoja de papel en forma vertical. Después de cada doblez, al desdoblarla, la hoja queda dividida en franjas verticales.



a. ¿Qué sucede con la cantidad de franjas cada vez que doblas la hoja una vez más?, ¿cómo cambia esa cantidad?

b. ¿Cuántas franjas habrá después de 7 dobleces?, ¿y después de 10?

c. ¿Es correcto afirmar que después de 20 dobleces habrá en total 20 franjas? Justifica tu respuesta.

4. Distribución de asientos

En una sala de cine, la cantidad de filas por zona aumenta de forma regular.

a. Completa la tabla y calcula el total de asientos que hay en cada zona.

Zona	N.° de fila	Total de asientos	Suma acumulada para cada zona
Vip	1	20	20
	2	22	42
	3	24	
	4		
Preferencial	5	30	
	6	34	
	7	38	
	8		
	9		
	10		
General	11	56	
	12	62	
	13	68	
	14		
	15		
	16		
	17		
	18		

b. ¿De qué otra forma se puede calcular el total de asientos que hay en la zona VIP y en la zona Preferencial, respectivamente?

5. Búsqueda de términos

Considera la siguiente sucesión: 7; 11; 15; 19; ...
A continuación, se presenta el procedimiento de resolución para calcular el valor del término 21.

7; 11; 15; 19; ...
+4 +4 +4

$11 = 7 + 1(4)$

$15 = 7 + 2(4)$

$19 = 7 + 3(4)$

$\vdots$

$t_n = 7 + n(4)$

Luego, para $n = 21$, se tiene: $t_{21} = 7 + 21(4)$

$t_{21} = 91$

a. ¿Es correcto el procedimiento? Si no lo es, identifica el error y plantea la resolución correcta.

b. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación?: "Si se conoce el primer término y el número de términos, se puede calcular el término que ocupa cualquier posición sin tener que construir toda la sucesión". Justifica con ejemplos.

6. Caída libre con ritmo constante

Desde dos globos aerostáticos se deja caer un objeto: el primero se encuentra a una altura de 304 m y el segundo a 378 m. La siguiente tabla muestra las distancias que descienden los objetos en cada segundo, considerando la resistencia del aire.

Tiempo (s)	1	2	3	4	...
Objeto 1	4 m	13,5 m	23 m	32,5 m	...
Objeto 2	4,5 m	14,2 m	23,9 m	33,6 m	...



Fuente: Shutterstock (2018).

a. ¿Qué tipo de regularidad existe entre las distancias que desciende cada objeto por segundo?

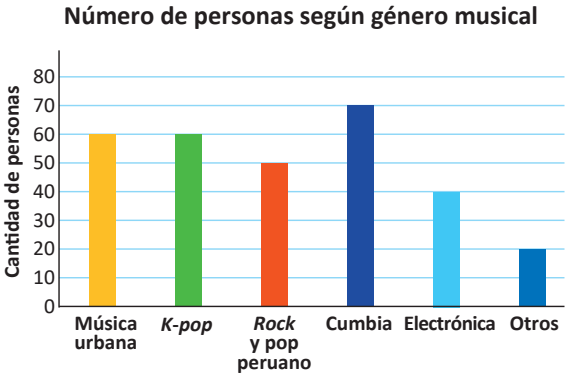
b. Completa la tabla hasta el octavo segundo para ambos objetos.

c. ¿A qué altura está cada objeto luego de 4 segundos? ¿Cuál está más cerca del suelo en ese momento? Explica con las medidas obtenidas.

d. ¿Estás de acuerdo con la siguiente afirmación?: "Si se suman las distancias de ambos objetos en cada segundo, la nueva lista sigue aumentando siempre lo mismo".

1. Preferencias musicales

Para organizar un festival, la municipalidad realizó una encuesta a los pobladores del distrito sobre sus géneros musicales preferidos, y se obtuvieron los siguientes resultados:



a. ¿Qué género musical prefiere la mayoría de las personas?, ¿por qué?

b. Si se actualizan los datos con 12 personas más que prefieren la música urbana, ¿qué cambia en la gráfica y en la interpretación de las preferencias?

c. Se afirma que en un gráfico estadístico solo puede haber hasta dos categorías con la misma frecuencia. ¿Estás de acuerdo con esa afirmación? Justifica tu respuesta.

2. Libros leídos

Carla desea comparar cuántos libros leyeron sus estudiantes de primer y segundo grado de secundaria durante el último bimestre. Ella aplicó una encuesta a 20 estudiantes de cada grado y obtuvo los siguientes resultados:



1.er grado
2; 0; 1; 2; 1; 3; 2; 0; 3; 3; 4; 2; 1; 5; 1; 2; 2; 3; 4; 3
2.º grado
3; 1; 0; 4; 3; 1; 2; 3; 4; 1; 3; 2; 5; 2; 4; 2; 3; 3; 4; 5

a. Organiza los datos en la siguiente tabla:

Libros leídos	Estudiantes de 1.er grado	Estudiantes de 2.° grado
	f_i	f_i
0		
1		
2		
3		
4		
5		
Total		

b. Organiza los datos en un gráfico estadístico y explica por qué ese tipo de gráfico es el más adecuado.

c. Se afirma que en ambos grados la moda es la misma. ¿Estás de acuerdo con esa afirmación? Justifica tu respuesta.

3. Postulantes a un equipo de básquet

La siguiente tabla muestra las estaturas (en centímetros) de los estudiantes que se están presentando para formar parte de un equipo de básquet.

162	154	162	172	155
152	166	165	176	166

El entrenador ha indicado que solo podrán ingresar al equipo los estudiantes cuya estatura sea igual o superior al promedio general de estaturas del grupo de candidatos.

a. ¿Cuántos estudiantes cumplen con ese criterio y formarían parte del equipo?

b. Se informa que el estudiante que mide 176 cm retirará su postulación debido a un viaje a otra ciudad. ¿Cambia esto el valor del promedio? ¿Se modifica el grupo de estudiantes que podría ingresar al equipo? Justifica tu respuesta con conocimientos estadísticos.

4. Campaña de reforestación

Una municipalidad registró la cantidad de árboles que sembró cada familia en una campaña de reforestación.

a. Completa la siguiente tabla:

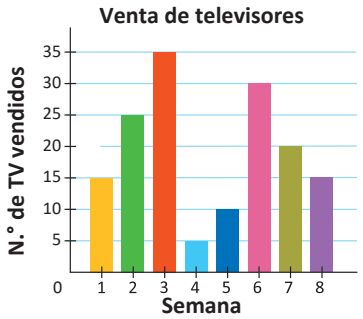
Número de árboles por familia	f_i	F_i
0	8	
1		20
2	11	
3		
4	4	
Total	40	

b. De acuerdo con los datos presentados, ¿qué número de árboles sembrados se repite con mayor frecuencia entre las familias? ¿Qué representa ese dato?

c. Si quisieras responder cuántos árboles, en promedio, sembró cada familia durante la campaña, ¿qué cálculo harías y cuál sería el resultado?

5. Venta de televisores

El gráfico muestra la venta de televisores de una tienda en las últimas ocho semanas.



A continuación, se presenta un procedimiento de resolución para calcular el promedio de ventas:

$$\overline{x} = 15 + 25 + 35 + 5 + 10 + 30 + 20 + 15$$

$$\overline{x} = 155$$

El promedio de venta es de 155 televisores.

a. ¿Es correcto el procedimiento? Si no lo es, identifica el error y plantea la resolución correcta.

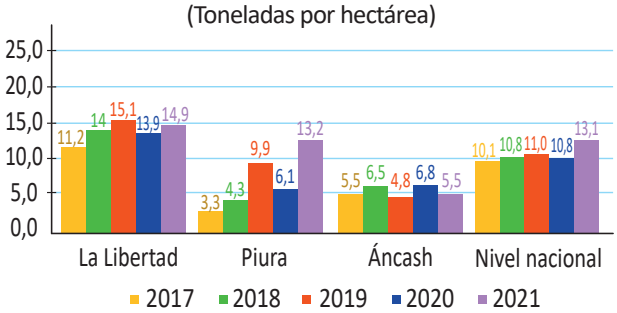
b. Supón que se actualizan las ventas de las semanas 4 y 5 con los valores 25 y 20, respectivamente. ¿Cuál sería el promedio en ese caso?

6. Cultivo de maracuyá y destinos de exportación

Las siguientes gráficas muestran el rendimiento de cultivo de maracuyá y los principales destinos de exportación.

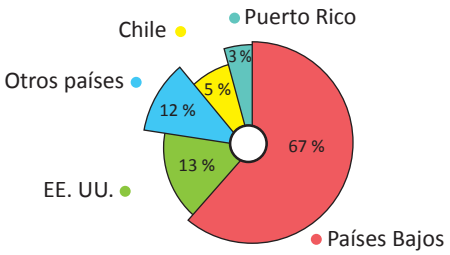
Perú: Rendimiento del cultivo de maracuyá según región, 2017-2021

(Toneladas por hectárea)



Fuente: Midagri (2022).

Principales destinos de exportación



Fuente: Midagri (2023).

a. ¿Qué medidas estadísticas usarías para resumir la información sobre el rendimiento de cultivo de maracuyá en La Libertad y Piura?

b. ¿La siguiente afirmación es válida según los datos?: "La mayoría de la producción de maracuyá está dirigida a los Países Bajos". Justifica tu respuesta con información del gráfico.

Desarrollamos



Evalúa situaciones, encuentra resoluciones, justifica ideas matemáticas y consolida tu razonamiento.

Tu propósito de aprendizaje

Resuelve problemas de patrones figurativos (diseños A y B) reconociendo la regla de formación como una progresión aritmética, para generalizar el patrón mediante la fórmula del término *n*-ésimo, y argumentar sobre la validez de las expresiones algebraicas obtenidas.

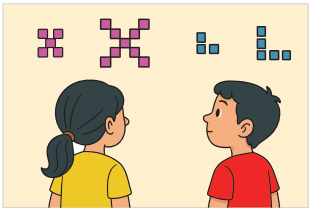
Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Participa en campañas de reciclaje para reducir los residuos sólidos dentro de tu escuela.
- Respeta la opinión de tus compañeros y dialoga para llegar a acuerdos comunes.

Pensamos y actuamos



Durante las festividades de una comunidad, el comité organizador decidió decorar la plaza con adornos de los diseños A y B. Cada diseño está formado por piezas de material reciclado.

¿Cuántas piezas habrá en cada modelo? ¿Existe un patrón? ¿Puedes encontrar una expresión para saber cuántas piezas se usarán en la figura *n* de cada modelo?

Diseño A: Piezas en forma de "X"

1. Completa la siguiente secuencia:



2. Completa la tabla para encontrar cuántas piezas tiene cada figura. Dibuja en tu cuaderno o portafolio.

N.° de figura (*n*)	Cantidad de piezas
1	
2	
3	
4	
5	
6	
⋮	

3. Responde lo siguiente:

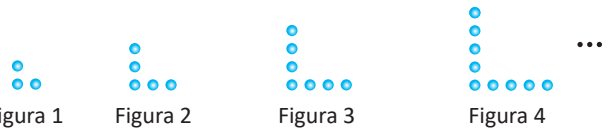
a. ¿Cómo calculaste el número de piezas de la figura 4?

b. ¿Cuántas piezas tendrán las figuras 7 y 8 respectivamente?

c. ¿Cómo calcularías el número de piezas de cualquier figura? Explica.

Diseño B: Piezas en forma de "L"

Cada figura consiste en un conjunto de piezas que forman una "L".



4. Para hallar el número de piezas de la figura *n*, completa esta tabla:

N.° de figura	Cantidad de piezas
1	3
2	$3 + 2 = 3 + (2 - 1)2 = 5$
3	$3 + 2 + 2 = 3 + (3 - 1)2 = 7$
4	$3 + 2 + 2 + 2 = 3 + (4 - 1)2 = 9$
5	
6	
⋮	
n	

5. **Responde:**

   a. ¿Qué expresión matemática resulta para la figura 5?

   b. ¿Qué expresión matemática resulta para la figura *n*?

   c. ¿Qué procedimiento realizaste para obtener la expresión general del número de piezas del diseño B para la figura *n*?

   d. ¿Cuál sería el procedimiento para determinar el número de piezas que tendrá la figura *n* en el diseño A? (Emplea la primera tabla para generalizar).

¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
En el diseño A, el número de piezas de la figura *n* es $P(n) = 4n$.	En el diseño B, la figura 10 tendrá exactamente el doble de piezas que la figura 5.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

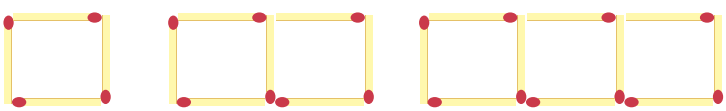
Evalúa tus progresos

- Representa la secuencia del número de piezas en cada figura mediante tablas de datos y expresiones algebraicas (progresión aritmética) que permiten obtener el término general.
- Expresa con diversas representaciones su comprensión sobre la regla de formación de progresiones aritméticas.
- Emplea estrategias para identificar la razón de la progresión aritmética en los diseños y utiliza procedimientos para obtener el término *n*-ésimo.
- Sustenta con ejemplos las afirmaciones dadas empleando la expresión general referida a una progresión aritmética.

Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **De acuerdo con la siguiente secuencia, ¿cuántos palitos de fósforos se deben utilizar en la figura 15?**



n = 1 *n* = 2 *n* = 3

2. **Un jardín se adorna con baldosas cuadradas que forman una "T" centrada. La figura 1 tiene 4 baldosas; la figura 2, 7 baldosas; la figura 3, 10 baldosas, y así sucesivamente.**

   a. Dibuja las baldosas que componen las figuras 1 y 4. Elabora una tabla.

   b. Halla la cantidad de baldosas de las figuras 8 y 12.

   c. Determina la regla que permite calcular la cantidad de baldosas que tiene la figura *n*.

3. **Se hace un mosaico cuadrado de lado *n* con fichas azules y se coloca un marco de fichas doradas alrededor (solo el borde, sin contar el interior).**

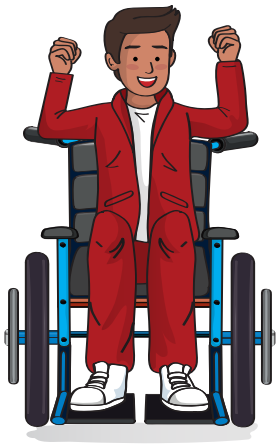
   a. Dibuja y cuenta las fichas doradas para cuando la figura tiene lados 2; 3; 4 y 5.

   b. Expresa la cantidad de fichas del marco para una figura de lado *n*.

Tu propósito de aprendizaje

Obtén e interpreta la media aritmética de conjuntos de datos no agrupados, comparando los promedios obtenidos para argumentar sobre la representatividad y pertinencia de esta medida para describir el comportamiento de una población.

Lo mostrado aquí es solo una guía. Desarrolla todas las actividades en tu cuaderno.



Practica valores

- Usa envases reutilizables en lugar de descartables para disminuir la contaminación.
- Respeta la opinión de tus compañeros y dialoga para llegar a acuerdos comunes.

Pensamos y actuamos

Durante la semana deportiva de una institución educativa, se realizaron carreras de velocidad con dos grupos diferentes de estudiantes y se midió el tiempo (en segundos) que tardaron en llegar a la meta.



1. Los resultados fueron los siguientes:

Grupo A

Estudiante	Tiempo (segundos)
A1	12
A2	14
A3	11
A4	13
A5	12
A6	14
A7	12
A8	15
A9	11
A10	13

Grupo B

Estudiante	Tiempo (segundos)
B1	8
B2	9
B3	11
B4	12
B5	30

1. Responde estas preguntas:

a. ¿Qué observas en los datos del grupo A?

b. ¿Qué observas en los datos del grupo B?

2. Determina el promedio de tiempo del grupo A y del grupo B. Compara ambos promedios. ¿Cuál crees que representa un mejor rendimiento? Para obtener la media o promedio ($\bar{x}$), se suman todos los valores y el resultado se divide entre el número de observaciones de la muestra.

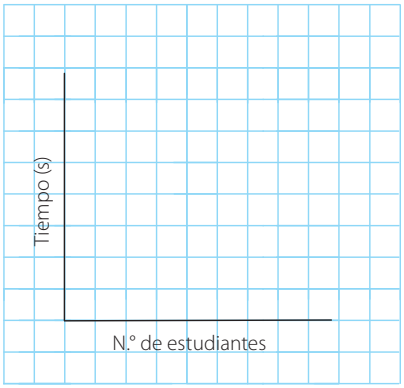
Grupo A: $\bar{x} = \frac{\square+\square+\square+\ldots+\square}{n}$

Grupo B: $\bar{x} = \frac{\square+\square+\square+\ldots+\square}{n}$

a. ¿En cuál de estos dos grupos el promedio es representativo?

b. ¿Por qué el promedio no es adecuado para comparar estos grupos? Justifica tu respuesta.

3. **Elabora un gráfico estadístico en el que representes el tiempo promedio del grupo A.**



¿Qué construimos?

En un aula, dos estudiantes, luego de haber analizado el desarrollo de las actividades anteriores, expresan lo siguiente:

Estudiante 1	Estudiante 2
En un grupo con datos muy dispersos, el promedio puede no representar bien al grupo.	La media aritmética siempre es igual a uno de los valores del conjunto de datos.

¿Con cuál(es) estudiante(s) estás de acuerdo? Plantea ejemplos para cada afirmación que apoyen o rechacen su verdad o falsedad.

Evalúa tus progresos

- Emplea el procedimiento para obtener la media aritmética de un conjunto de datos discretos no agrupados, sumando los valores y dividiendo entre el número total de datos.
- Expresa el comportamiento de los datos mediante la media aritmética y su representación gráfica, comunicando los resultados y las tendencias.
- Justifica si la media aritmética es o no una medida representativa de un grupo, planteando conclusiones sobre la dispersión o valores extremos en la representatividad del promedio al comparar conjuntos de datos.

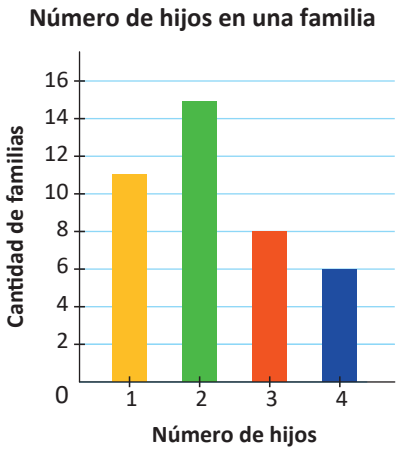
Profundizamos

Para resolver los siguientes problemas, emplea los procedimientos desarrollados en las actividades anteriores.

1. **Se consultó a 50 estudiantes sobre el tiempo que demoran en llegar a su escuela. ¿Cuál es el promedio de tiempo?**

Tiempo aproximado (minutos)	Frecuencia absoluta
5	4
10	10
15	11
20	8
25	8
30	6
35	3

2. **Según el gráfico de barras mostrado, ¿cuál es el promedio de hijos en una familia?**



Formalizamos



Examina los ejemplos y reflexiona en grupo sobre tus estrategias para dar sentido a las ideas matemáticas en tus retos.

¿Sabías que...?

Con progresiones aritméticas se modela y predice el consumo energético al fijar un término inicial y una diferencia común (variación diaria). Así se estima el gasto mensual, se comparan incrementos por hábitos, se proyectan ahorros y se toman decisiones responsables para una energía eficiente y sostenible.

Recuerda

Una progresión aritmética (P. A.) puede ser creciente o decreciente. Esto depende del valor de la razón (r):

- Creciente ($r > 0$)

5; 9; 13; 17; 21

+4 +4 +4 +4

La razón es +4.

- Decreciente ($r < 0$)

83; 77; 71; 65; 59

−6 −6 −6 −6

La razón es −6.

Practica valores

- Colabora en trabajos grupales respetando los aportes de todos.
- Elige envases reutilizables para evitar contaminación plástica.

PROGRESIÓN ARITMÉTICA

Regla de formación de una progresión aritmética

Situación: Venta de rifas

Los estudiantes de segundo de secundaria se ponen metas para vender sus rifas. En la primera semana deben vender 10, en la segunda 12, en la tercera 14, y así aumentan 2 cada semana. ¿Cuántas rifas deben vender en la sexta semana?



Organizamos los datos en una tabla:

Sem. 1	Sem. 2	Sem. 3	Sem. 4	Sem. 5	Sem. 6
10	12	14	16	18	20

+2 +2 +2 +2 +2

En la sexta semana deben vender 20 rifas.

Como se aprecia en la situación anterior, una **progresión aritmética (P. A.)** es una sucesión numérica en la que cada término (excepto el primero) es igual al anterior más un valor constante, que recibe el nombre de razón o diferencia y por lo general se denota por r. Esta razón puede ser positiva o negativa.

$a_1; a_2; a_3; a_4; \ldots; a_{n-1}; a_n$

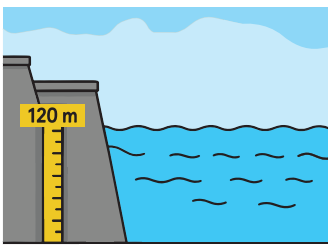
$+r \quad +r \quad +r$

Donde:

a_1: primer término
a_n: término n-ésimo
r: razón de la P. A.

Situación: La represa

En una represa, el nivel del agua disminuye 5 metros cada día de forma constante. El día 1, el nivel del agua es de 120 metros. Rita afirma: "En el día 7, el nivel será de 85 metros". ¿Estás de acuerdo con ella? Justifica tu respuesta.



Organizamos los datos en una tabla:

Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7
120	115	110	105	100	95	90

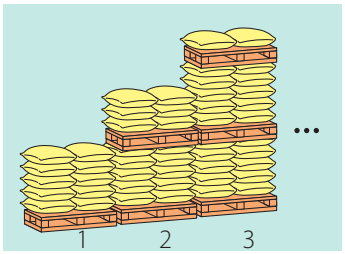
−5 −5 −5 −5 −5 −5

A partir del día 2, el nivel del agua disminuye 5 m respecto al día anterior. Al completar la tabla, observamos que en el día 7 el agua alcanzará los 90 metros. Por lo tanto, la afirmación de Rita no es correcta.

Término *n*-ésimo de una progresión aritmética (a_n)

Situación: Pilas de sacos de arroz

En cierto almacén, los sacos de arroz se organizan en pilas, como se muestra en la imagen. Cada nueva pila se forma siguiendo un patrón respecto a la cantidad de sacos. ¿Cuántos sacos habrá en la pila 5?



Analizamos cada pila:

Pila	Total de sacos de arroz
1	$10 = 10$
2	$16 = 10 + 6 = 10 + 1 \times 6$
3	$22 = 10 + 6 + 6 = 10 + 2 \times 6$
4	$28 = 10 + 6 + 6 + 6 = 10 + 3 \times 6$
5	$34 = 10 + 6 + 6 + 6 + 6 = 10 + 4 \times 6$

Por lo tanto, en la quinta pila habrá 34 sacos de arroz.

El análisis previo muestra que el **término general** de una progresión aritmética es una expresión algebraica que permite calcular cualquier término de la sucesión a partir del primer término y la razón, sin necesidad de conocer los términos anteriores.

$$a_1; a_2; a_3; a_4; \ldots; a_{n-1}; a_n$$
$$+r \quad +r \quad +r$$

Observa la construcción:

a_1
$a_2 = a_1 + r$
$a_3 = a_1 + 2r$
$a_4 = a_1 + 3r$
$a_n = a_1 + (n - 1)r$

El término *n*-ésimo (a_n) se determina mediante la siguiente expresión:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

a_1: primer término
a_n: término en la posición n
n: posición del término
r: razón
$n \in \mathbb{N}$ y $n \geq 1$
$r > 0$, $r < 0$ o $r = 0$

Situación: Ahorro de Javier

Javier afirma que, si ahorra S/2 el primer día de cada mes, S/5 el segundo día, S/8 el tercero, y mantiene esta tendencia, el día 15 ahorrará S/45. ¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta.



Para calcular el término 15 (a_{15}), identificamos que $a_1 = 2$ y $r = 3$.

Usamos la siguiente expresión: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$

$a_{15} = 2 + (15 - 1) \cdot 3$

$a_{15} = 2 + (14) \cdot 3 \rightarrow a_{15} = 44$

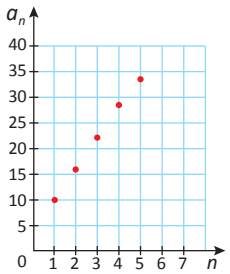
Por lo tanto, la afirmación de Javier es incorrecta: el día 15 ahorrará S/44.

Ten en cuenta

La representación gráfica de una P. A. en el plano cartesiano se realiza a través de puntos discretos. En el eje X, se considera el número de términos (n), y en el eje Y, el valor del término n-ésimo (a_n).

$a_1 = 10$ y $r = 6$

$a_n = 6n + 4$



Esta gráfica siempre será una secuencia de puntos colineales. Esto se debe a que la diferencia entre dos términos consecutivos es constante, lo que se traduce en un cambio uniforme en la gráfica.

Reto matemático

En una P. A. que empieza en 8 y disminuye de 2 en 2, ¿a partir de qué término los valores se vuelven negativos?

Ten en cuenta

En una progresión aritmética, la suma de términos equidistantes de los extremos es igual a la suma de los extremos.

Por ejemplo, en las siguientes progresiones aritméticas de seis y siete términos, observa la suma de términos equidistantes de los extremos.

$\{a_n\} = \{1; 3; 5; 7; 9; 11\}$

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	3	5	7	9	11

12

$a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4 = 12$

La suma de términos equidistantes de los extremos es el doble del término central.

$\{b_n\} = \{2; 5; 8; 11; 14; 17; 20\}$

b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
2	5	8	11	14	17	20

×2

22

$b_1 + b_7 = b_2 + b_6 = b_3 + b_5 = 22$

$b_4 = 22 \div 2 = 11$

Suma de términos de una progresión aritmética

Situación: Consumo de agua en una granja



En una granja costera, el consumo diario de agua destinado a los animales aumenta 15 L cada día debido al ingreso de nuevos animales. Si el primer día se usan 300 L, ¿cuántos litros de agua se consumirán en total durante los primeros seis días?

Según los datos de la situación, representamos la progresión:

Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
300	315	330	345	360	375

+ 15 + 15 + 15 + 15 + 15

Hallamos la suma de los seis términos:

$S_6 = 300 + 315 + 330 + 345 + 360 + 375 = 2025$

Otra forma de calcular es a través de la suma de los términos equidistantes de los extremos:

675

Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
300	315	330	345	360	375

675

675

Observamos que la suma en cada caso es la misma: 675.
Entonces: $S_6 = 3 \times 675 = 2025$

Durante los seis primeros días, se consumirán 2025 L de agua.

La situación anterior permite reconocer que la **suma de los *n* primeros términos** de una progresión aritmética es el resultado de sumar todos los términos consecutivos de una sucesión, desde el primer término (a_1) hasta el término de lugar n (a_n).

Esta suma se calcula usando la siguiente expresión:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

Donde:
a_1: primer término
a_n: término n-ésimo
n: número de términos

Situación: Suma de seis términos de una P. A.

José plantea una progresión aritmética cuyo primer término es 2 y de razón 4. Su compañero afirma que la suma de sus seis primeros términos es 132. ¿Es correcta su afirmación? Justifica tu respuesta.

Calculamos el término 6 (el último término):

$a_n = a_1 + (n - 1)r$

$a_6 = 2 + (6 - 1)\,4 = 22$

Calculamos la suma total (S_6):

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$S_6 = \frac{(2 + 22) \times 6}{2} = 72$$

La suma de los seis primeros términos de la P. A. es 72; por tanto, la afirmación del compañero es incorrecta.

Reto matemático

En una P. A. con $a_1 = 12$ y $r = -4$, ¿la suma de los siete primeros términos resulta cero?

Interpolación de términos en una progresión aritmética

Situación: Tiempo de entrenamiento semanal



Un equipo de fútbol escolar planifica aumentar de forma constante su tiempo de práctica diaria cada semana. La primera semana entrenaron 30 minutos al día y, en la cuarta semana, deben llegar a entrenar 60 minutos diarios.

¿Cuántos minutos diarios deben entrenar en las semanas 2 y 3?

- Primer término (semana 1): $a_1 = 30$ minutos
- Cuarto término (semana 4): $a_4 = 60$ minutos

30; ___; ___;60

Calculamos la razón (r) mediante esta relación: $a_n = a_1 + (n-1)r$

$60 = 30 + (4-1)r \Longrightarrow 60 = 30 + (3)r$

$60 - 30 = 3r \Longrightarrow r = 10$

30; 40; 50; 60

10 10 10

En las semanas 2 y 3, los tiempos de práctica serán de 40 y 50 min, respectivamente.

A partir de lo trabajado, se puede afirmar que **interpolar *p* términos** consiste en insertar uno o más términos entre dos extremos conocidos, de modo que todos formen una progresión aritmética.

p términos

a_1 ; ___ ; ___ ; ... ; a_n

Para interpolar p términos proporcionales, se halla la razón r de la progresión aritmética que tiene por extremos a_1 y a_n.

La razón se halla usando esta expresión: $r = \dfrac{a_n - a_1}{p+1}$

Situación: Alumbrado público



En una avenida recta de 150 m, hay un poste al inicio y otro al final. Un ingeniero propone colocar 4 postes intermedios de tal manera que la distancia entre postes consecutivos sea siempre la misma. ¿Es viable su propuesta? ¿En qué posiciones se ubicarían los postes?

Calculamos la razón aritmética: $r = \dfrac{150 - 0}{4 + 1} = 30$ m

Ubicación de los postes (cada 30 m): 0; **30**; **60**; **90**; **120**; 150

Por lo tanto, la propuesta es viable. Se pueden colocar 4 postes intermedios en los metros 30; 60; 90 y 120, siendo 30 m la distancia entre postes consecutivos.

TIC

Evalúa tus progresos

- Representa diversos contextos (consumo, ahorro, ventas) con la estructura de una progresión aritmética, calculando la razón para interpolar cualquier número de términos entre dos valores conocidos.
- Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y lenguaje algebraico, su comprensión sobre la regla de formación de progresiones aritméticas y de la suma de sus términos, para interpretar un problema en su contexto.
- Emplea procedimientos referidos a la progresión aritmética para determinar el término n-ésimo y la suma de términos.
- Argumenta con ejemplos la validez de las soluciones obtenidas explicando las propiedades de la progresión aritmética, para reconocer y corregir afirmaciones incorrectas.

¿Sabías que...?

Las medidas de tendencia central permiten analizar y comparar consumos energéticos. La media muestra el promedio y ayuda a fijar metas; la mediana refleja el consumo típico sin distorsión por días altos; y la moda identifica hábitos frecuentes. Con ellas se detectan excesos, patrones y mejoras para un uso responsable de la energía.

Recuerda

Las **medidas de tendencia central** son indicadores estadísticos que muestran hacia qué valor o valores tienden a agruparse los datos.

Estas medidas son:

- la media aritmética o promedio
- la mediana
- la moda

Practica valores

- Respeta turnos para usar los materiales o recursos compartidos en el aula.
- Cuida la flora y la fauna respetando los ecosistemas que sostienen la vida humana.

MEDIDAS ESTADÍSTICAS

Medidas de tendencia central: moda para datos no agrupados

Situación: Elección del dorsal



Se consultó a quince jugadores de un equipo de fútbol por el número de camiseta que debería llevar el capitán del equipo. Estas fueron las respuestas:

10; 7; 7; 10; 7; 1; 10; 5; 5; 10; 8; 10; 6; 10; 8

El arquero comenta: "El número más votado será el elegido para la camiseta del capitán". ¿Qué número llevará el capitán en su camiseta?

Hacemos el conteo de las veces que aparece cada número (ver tabla).

Número de camiseta	Preferencia del número de camiseta (f_i)
1	1
5	2
6	1
7	3
8	2
10	6

El número 10 aparece 6 veces, más que cualquier otro. Este número representa la moda, es decir, el valor que más se repite en el conjunto de datos.

De acuerdo con lo analizado, la **moda (Mo)** es el valor que se repite el mayor número de veces, es decir, el dato que se presenta con mayor frecuencia.

Clasificación de la moda en un conjunto de datos

Clase	Característica
Unimodal	Si hay un único valor con mayor frecuencia.
Bimodal	Si dos valores distintos tienen la misma frecuencia máxima.
Multimodal	Si hay más de dos valores con la misma frecuencia máxima.
Amodal	Si todos los valores tienen la misma frecuencia.

Situación: Control de masa

Se registró la pérdida de masa corporal (en kilogramos) de 10 jugadores:
2; 3; 4; 2; 5; 3; 6; 2; 3; 1
Se afirma que la disminución más común es 2, porque es el valor que más se repite. ¿Estás de acuerdo con esa afirmación? Sustenta tu respuesta.

Hallamos los valores que más se repiten:

- "2 kg" se repite 3 veces
- "3 kg" se repite 3 veces

Entonces, hay dos modas: 2 kg y 3 kg.
Observamos que la distribución es bimodal; luego, la afirmación está incompleta.

Medidas de tendencia central: mediana para datos no agrupados

Situación: Selección de truchas por peso



Fernando registra las masas en gramos de un grupo de truchas: 300; 225; 340; 260; 210; 330; 270; 240; 290; 310; 230; 250; 280.

Una trucha pasa a la sección de enteras evisceradas si su masa está por debajo de la mitad de los valores registrados. ¿Cómo podríamos determinar el punto de referencia para saber qué truchas cumplen esa condición?

Ordenamos los datos de menor a mayor:

210; 225; 230; 240; 250; 260; **270**; 280; 290; 300; 310; 330; 340

Hay 13 datos (cantidad impar), entonces la mediana es el valor que ocupa la posición 7:
Mediana = 270 g (es el punto de referencia)

Por lo tanto, todas las truchas con una masa menor a 270 g pasarán a la sección de enteras evisceradas.

De acuerdo con lo analizado, la **mediana (Me)** indica el valor que ocupa la posición central en un conjunto de datos ordenados, generalmente, de forma ascendente.
Ejemplo:

Para un número impar de datos

10	12	13	14	15

$Me = 13$

Para un número par de datos

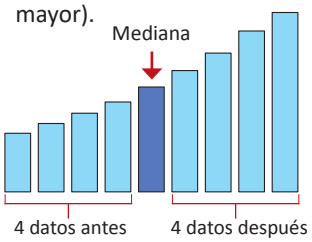
10	11	12	14	15	16

$Me = \frac{12 + 14}{2} = 13$

La mitad de los datos son menores o iguales a la mediana y la otra mitad son mayores o iguales a ella. Como los datos deben estar ordenados, la mediana solo se puede calcular para datos de variable cualitativa ordinal o cuantitativa.

Recuerda

Esta es la representación gráfica de la mediana de un conjunto que tiene un número impar de datos (ordenados de menor a mayor).



Situación: Pacientes atendidos



El Centro de Salud Santa Marta registró el número de pacientes atendidos por día: 15; 22; 24; 48; 19; 26; 28; 19; 12; 25; 15; 15; 10; 12; 19.

Se afirma: “La mediana se afecta si hay un dato extremo muy grande o muy pequeño”. ¿Estás de acuerdo? Justifica tu respuesta.

La mediana no se ve afectada por los datos extremos, porque solo depende del orden de los valores y del dato central.
En este caso, aunque hay un valor extremo (48), la mediana sigue siendo 19.

Ten en cuenta

¿Cuándo se prefiere usar la mediana?

- Si hay valores atípicos que distorsionan la media.
- Si la distribución es asimétrica (no normal).

Ten en cuenta

El símbolo ∑ se lee "sumatoria" y representa la suma de los valores que se indican a continuación. Generalmente, la notación tiene dos índices:

- el índice inferior indica el valor inicial;
- el índice superior indica el valor final.

Por ejemplo, en

$$\sum_{i=1}^{n} x_i$$

- Cuando $i = 1 \Rightarrow x_1$ (primer valor)
- Cuando $i = n \Rightarrow x_n$ (último valor)

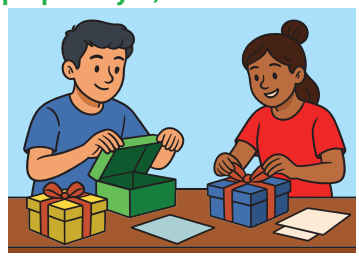
Reto matemático

Xiomara afirma: "Si todos los datos aumentan en 5 unidades, la media no cambia".

¿Es correcta su afirmación? Justifica tu respuesta.

Medidas de tendencia central: media aritmética para datos no agrupados

Situación: Desempeño de trabajadores (tiempo por cajas)



Ana es supervisora en una empresa de empaques de regalo y debe evaluar el desempeño de un grupo de trabajadores en la tarea de armar cajas de regalo. Para ello, ha registrado el tiempo (en minutos) que empleó cada trabajador en armar una caja. Los datos recogidos son los siguientes:

10,5; 12; 14,5; 11; 13,5; 10,5; 11,5; 12,5

¿Cuál es el promedio de tiempo que demoraron los trabajadores en armar una caja?

Para determinar el promedio, sumamos todos los tiempos y dividimos el resultado entre el total de datos.

$$\text{Promedio} = \frac{10{,}5 + 12 + 14{,}5 + 11 + 13{,}5 + 10{,}5 + 11{,}5 + 12{,}5}{8}$$

$$\text{Promedio} = \frac{96}{8} = 12$$

Por tanto, el promedio de tiempo que el grupo de trabajadores demoró en armar una caja es 12 minutos.

De acuerdo con lo analizado, la **media aritmética** ($\bar{x}$), llamada también promedio aritmético, para datos no agrupados es el valor representativo que resume un conjunto de datos.

Se interpreta como el valor típico o central de un grupo de datos y se obtiene dividiendo la suma total de los datos entre el número total de datos.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}; \text{ cuando hay frecuencias, } \bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

Ejemplo 1:

La tabla muestra las estaturas (en centímetros) de los integrantes del equipo de básquet de 2.º A. ¿Cuál es la estatura promedio del equipo?

Estudiante	Estatura (cm)
Fredy	154
Juan	155
Renato	158
José	160
Pedro	155

$$\bar{x} = \frac{154 + 155 + 158 + 160 + 155}{5} = \frac{782}{5} = 156{,}4$$

La estatura promedio del equipo de 2.º A es 156,4 cm.

Ejemplo 2:

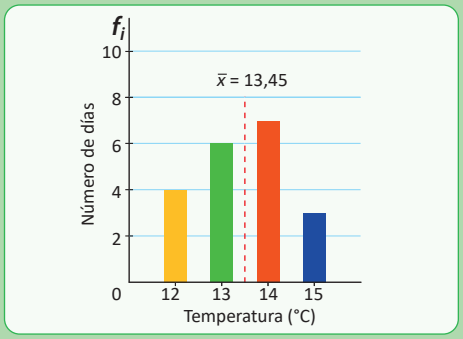
Las temperaturas diarias en grados Celsius, que se registraron en la ciudad de Huancavelica de lunes a viernes durante el mes de junio, se anotaron en la siguiente tabla. ¿Cuál es la temperatura media de dicho mes?

Temperatura (˚C)	f_i
12	4
13	6
14	7
15	3
Total	**20**

Calculamos la media según los datos de la tabla:

$$\bar{x} = \frac{12(4) + 13(6) + 14(7) + 15(3)}{20} = \frac{269}{20} = 13{,}45$$

Representación gráfica



La temperatura media del mes de junio fue de 13,45 °C.

Situación: Atención a clientes



El tiempo de espera, en minutos, para la atención de los clientes en la ventanilla de un banco es registrado por el administrador. Los tiempos son los siguientes: 5,5; 8; 4,5; 4; 6; 7,5; 6,5; 6; 7,5; 5; 4; 4.

Se afirma: "Como la mayoría de los tiempos de espera están entre 5 y 7 minutos, entonces la media aritmética es 6 min".

¿Estás de acuerdo con esa afirmación? Justifica tu respuesta.

Calculamos la media del tiempo de espera:

$$\bar{x} = \frac{5{,}5 + 8 + 4{,}5 + 4 + 6 + 7{,}5 + 6{,}5 + 6 + 7{,}5 + 5 + 4 + 4}{12} = \frac{68{,}5}{12} \approx 5{,}71$$

La media del tiempo de espera es 5,71 minutos.

Por tanto, la afirmación es incorrecta. Aunque la mayoría de los datos estuviera entre los valores 5 y 7, eso no garantiza que la media sea 6.

Ten en cuenta

- La media no se calcula para una variable cualitativa.
- La mediana se puede determinar cuando la variable cualitativa es ordinal.
- La moda (que es el dato que más se repite) sí se puede determinar para una variable cualitativa.

Evalúa tus progresos

- Representa el comportamiento de los datos de la población a través medidas de tendencia central.
- Emplea procedimientos estadísticos para hallar la media, la mediana y la moda en datos no agrupados o en tablas de frecuencias, identificando la posición central y la mayor frecuencia.
- Expresa e interpreta características y tendencias de una población o muestra mediante tablas y gráficos, comprendiendo el significado de cada medida en el contexto.
- Argumenta con ejemplos la pertinencia de usar la media, la mediana o la moda según la dispersión y los valores extremos, justificando su representatividad en la interpretación de datos.

Actividad lúdica



¡Reflexiona en el juego! Observa sus reglas, elabora una estrategia ganadora y comunica tus ideas con sentido matemático.

Tu propósito de aprendizaje

Reconoce y generaliza la regularidad de una progresión aritmética oculta, aplicando estrategias para reconstruir la secuencia y detectar errores en los términos, para justificar la validez de la regla y predecir los términos que siguen.

Practica valores

- Comparte con tus compañeros buenas prácticas ecológicas aprendidas en actividades escolares.
- Comprende que todos aprenden a ritmos diferentes.

El código: la secuencia perdida

1. Situación

En un laboratorio matemático se han perdido las instrucciones de un código que sigue una progresión aritmética secreta. Solo queda un grupo de tarjetas numeradas y en desorden.

Los participantes deben descubrir el patrón numérico, reconstruir la secuencia y prever los siguientes términos para poder desbloquear la caja del laboratorio.



2. Reglas

Para abordar esta situación, toma en cuenta las siguientes reglas:

a. Se forman equipos de 3 a 4 estudiantes.

b. Cada equipo recibe un grupo de 7 tarjetas: algunas con números escritos y otras en blanco, que deberán completar para reconstruir la progresión aritmética.

3. Desarrollo

En el transcurso de la actividad, considera los siguientes aspectos:

a. El número que sigue: Se entrega a cada equipo un grupo de 4 tarjetas numeradas y 3 tarjetas en blanco desordenadas.

Por ejemplo: 7; 15; ____ ; 11; 3; ____ ; ____

Ordenan las tarjetas y completan la P. A.

____; ____; ____; ____; ____; ____; ____

- ¿Qué pasos siguieron para ordenar las tarjetas?
- ¿Cómo supieron cuál era la diferencia constante?
- ¿Podrían explicar con sus palabras la regla de formación?
- Si la progresión continuara, ¿qué tres números seguirían?

b. Detective del error: Ubicar la tarjeta que no corresponde y reemplazar por la correcta.

Se entrega a cada equipo un conjunto de 7 tarjetas de una progresión, pero con un número equivocado dentro de la secuencia.
Por ejemplo: 24; 15; 9; 27; 18; 12; 20

Ordenan las tarjetas en forma creciente o decreciente; luego, identifican la tarjeta incorrecta y completan la P. A.

____; ____; ____; ____; ____; ____; ____

- ¿Qué observaron para darse cuenta de que una tarjeta no correspondía?
- ¿Qué pasaría si no corrigieran el número equivocado?
- ¿Cómo verificaron que su corrección es acertada?
- ¿Creen que siempre es más fácil identificar el error observando las diferencias o usando la fórmula de la progresión?, ¿por qué?

c. Construye la progresión: Generar y escribir los términos de la P. A.

Se entrega a cada equipo una tarjeta inicial, la razón de la progresión y tarjetas en blanco.

Por ejemplo: inicio = 9, razón = 6

____; ____; ____; ____; ____; ____; ____

- ¿Cómo determinaron el siguiente término después del dato inicial?
- ¿Qué número inicial usaron y cuánto sumaron en cada paso?
- ¿Cómo podrían expresar esta regla en forma general?
- ¿Qué cambiaría en la progresión si la razón fuera negativa?

d. Doble desafío: Se deben separar las tarjetas en dos progresiones diferentes y ordenarlas.
Se entrega a cada equipo tarjetas de dos progresiones de diferentes razones en un mismo montón.

Por ejemplo: {4; 8; 12; 16; 10; 20; 30; 40}

____; ____; ____; ____; ____; ____; ____

¿Cómo descubrieron que había dos progresiones diferentes?

4. Reflexión

Responde estas preguntas como guía para autoevaluar lo aprendido:

a. ¿Qué estrategias usaste para descubrir la regla de formación en las progresiones?
b. ¿Qué importancia tiene identificar la diferencia constante en una progresión?
c. Si tuvieras que encontrar el término *n*-ésimo (a_n) de una progresión, ¿cómo lo harías?
d. ¿Qué actividad (“El número que sigue”, “Detective del error”, “Construye la progresión” o “Doble desafío”) te ayudó más a comprender las progresiones aritméticas?, ¿por qué?
e. ¿En qué situaciones de la vida cotidiana crees que se utilizan las progresiones aritméticas?

Evalúa tus progresos

- Establece relaciones entre regularidades y transfroma esas relaciones a expresiones algebraicas que incluyen la regla de formación de progresiones aritméticas.
- Expresa la regla de formación de la progresión aritmética en forma general utilizando el lenguaje algebraico para comunicar la estructura subyacente en una secuencia.
- Emplea estrategias de ordenamiento y comparación de tarjetas para descubrir la diferencia constante o razón que define la progresión aritmética en una situación dada. Además, utiliza procedimientos para completar los términos faltantes y predecir los siguientes términos de la secuencia.
- Justifica por qué una tarjeta específica no pertenece a la secuencia (“Detective del error”), explicando la importancia de la diferencia constante para verificar la corrección de un término equivocado.

Referencias bibliográficas

- Anticuchos de la tía Grima. (2010, 24 de noviembre). *En Wikimedia Commons*. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Anticuchos_de_la_Tia_Grima.jpg
- Centro Nacional de Planeamiento Estratégico. (2024). *Perú: informe de análisis prospectivo 2024–2050. Gobierno del Perú*. https://www.gob.pe/institucion/ceplan/informes-publicaciones/4983083-peru-informe-de-analisis-prospectivo-2024-2050
- Centro Nacional de Planeamiento Estratégico. (2024, mayo 6). *Perú: alto riesgo de vulnerabilidad debido a crisis del agua*. Gobierno del Perú.https://www.gob.pe/institucion/ceplan/noticias/690049-peru-alto-riesgo-de-vulnerabilidad-debido-a-crisis-del-agua
- Comisión Nacional para el Desarrollo y Vida sin Drogas - Devida. (2024). *Loreto: Devida impulsa crianza de aves en comunidades nativas del Putumayo*. https://www.gob.pe/institucion/devida/noticias/1056260-loreto-devida-impulsa-crianza-de-aves-en-comunidades-nativas-del-putumayo
- *El Peruano*. (2024, mayo 27). *Portada del Diario Oficial El Peruano*. [Publicación de Facebook]. Facebook. https://www.facebook.com/diariooficialelperuano/posts/3170486396584452/
- *El Peruano*. (2019, marzo 14). *Quioscos de los colegios no venderán comida chatarra.* https://elperuano.pe/noticia/76213-quioscos-de-los-colegios-no-venderan-comida-chatarra
- *El Peruano*. (2024, agosto 12). *Derivados lácteos impulsan la economía andina*. https://elperuano.pe/noticia/222700-derivados-lacteos-impulsan-la-economia-andina
- Ministerio de Cultura del Perú. (2024, agosto 30). *Ministerio de Cultura desaloja invasores del sitio arqueológico Cerro Nananique en Piura. Gobierno del Perú*. https://www.gob.pe/institucion/cultura/noticias/589595-ministerio-de-cultura-desaloja-invasores-del-sitio-arqueologico-cerro-nananique-en-piura
- Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego. (2021). *Situación del mango en el Perú* [PDF]. Repositorio MIDAGRI. https://repositorio.midagri.gob.pe/bitstream/20.500.13036/1981/1/Situacion-del-mango-en-Peru.pdf
- Ministerio de Desarrollo Agrario y Riego. (2024). *Commodities cacao* N.º 01-2024. Perú. https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/6334592/5316298-commodities-cacao-n-01-2024.pdf?v=1715610268
- Ministerio de Energía y Minas del Perú. (2024, marzo 4). *MINEM realizará foro internacional y exhibición tecnológica por el Día Mundial de la Eficiencia Energética*. Gobierno del Perú. https://www.gob.pe/institucion/minem/noticias/85377-minem-realizara-foro-internacional-y-exhibicion-tecnologica-por-el-dia-mundial-de-la-eficiencia-energetica
- Ministerio de Salud del Perú. (2024, mayo 15). *Aproximadamente 1.5 millones de peruanos sufren de obesidad*. Gobierno del Perú. https://www.gob.pe/institucion/minsa/noticias/915217-aproximadamente-15-millones-de-peruanos-sufren-de-obesidad

- Ministerio del Ambiente del Perú. (2024, septiembre 2). *Ministro del Ambiente insta a detener quemas agrícolas, ya que afectan los bosques y vidas humanas*. Gobierno del Perú. https://www.gob.pe/institucion/minam/noticias/1022174-ministro-del-ambiente-insta-a-detener-quemas-agricolas-ya-que-afectan-los-bosques-y-vidas-humanas
- Ministerio del Ambiente del Perú. (s.f.). *Menos plástico, más vida: cifras del mundo y el Perú*. https://www.minam.gob.pe/menos-plastico-mas-vida/cifras-del-mundo-y-el-peru/
- Municipalidad de Lima. (2024, julio 7). *¡Falta poco para la Patatón 2024!* [Publicación de Facebook]. Facebook. https://www.facebook.com/MuniLima/posts/877232354431918/
- Organización de las Naciones Unidas. (s. f.). *Objetivos de Desarrollo Sostenible*. https://sdgs.un.org/es
- Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. (s.f.). *La seguridad alimentaria: información para la toma de decisiones*. https://www.fao.org/4/w0073s/w0073s1a.htm
- Shutterstock. (s.f.). *Sitio web de Shutterstock*. https://www.shutterstock.com
- Tasayco, M., Silva, Á. y Saavedra, J. (2018). *Matemática 2. Secundaria* (2.a ed.). Editorial Norma.
- Youso, M. (2023, 13 de enero). [Fotografía de dos manos mostrando un billete en dólares]. *Pexels*. https://www.pexels.com/es-es/foto/manos-dinero-efectivo-4k-15119346/

CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

I
La democracia y el sistema interamericano

Artículo 1
Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.
La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

Artículo 2
El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base del estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

Artículo 3
Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

Artículo 4
Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.
La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

Artículo 5
El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

Artículo 6
La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia.
Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

II
La democracia y los derechos humanos

Artículo 7
La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

Artículo 8
Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.
Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

Artículo 9
La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

Artículo 10
La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

III
Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

Artículo 11
La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

Artículo 12
La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

Artículo 13
La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

Artículo 14
Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

Artículo 15
El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

Artículo 16
La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

IV
Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

Artículo 17
Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

Artículo 18
Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

Artículo 19
Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

Artículo 20
En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.
El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.
Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.
Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Artículo 21
Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.
El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.
Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

Artículo 22
Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

V
La democracia y las misiones de observación electoral

Artículo 23
Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.
Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

Artículo 24
Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.
Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.
Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

Artículo 25
Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.
La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

VI
Promoción de la cultura democrática

Artículo 26
La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

Artículo 27
Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

Artículo 28
Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

1. Democracia y Estado de Derecho

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos solo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

2. Equidad y Justicia Social

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta sociedad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

3. Competitividad del País

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado

Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

Sistema del Banco del Libro de Educación Secundaria

REGIÓN:	UGEL:

IE:

CÓDIGO MODULAR	CÓDIGO DEL GRADO	CÓDIGO DEL ÁREA CURRICULAR	N° DE EJEMPLAR

RESPONSABLE DEL BANCO DEL LIBRO:

APELLIDOS Y NOMBRES DEL ESTUDIANTE	FECHA DEL PRÉSTAMO	FECHA DE DEVOLUCIÓN



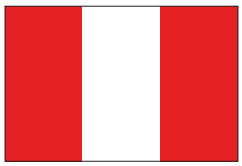
Recuerda que este Libro también lo usará otro compañero el próximo año.

¡Vamos a cuidarlo entre todos!



SÍMBOLOS DE LA PATRIA

Artículo 49 de la Constitución Política del Perú



BANDERA NACIONAL



ESCUDO NACIONAL

HIMNO NACIONAL DEL PERÚ

CORO

Somos libres: seámoslo siempre;
Y antes niegue sus luces el sol,
Que faltemos al voto solemne
Que la Patria al Eterno elevó.

HIMNO NACIONAL

DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

Artículo 1
Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

Artículo 2
Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

Artículo 3
Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

Artículo 4
Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

Artículo 5
Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

Artículo 6
Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

Artículo 7
Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

Artículo 8
Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

Artículo 9
Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

Artículo 10
Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

Artículo 11
1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

Artículo 12
Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

Artículo 13
1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

Artículo 14
1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 15
1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

Artículo 16
1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

Artículo 17
1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

Artículo 18
Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

Artículo 19
Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

Artículo 20
1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

Artículo 21
1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

Artículo 22
Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

Artículo 23
1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

Artículo 24
Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

Artículo 25
1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, viudez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

Artículo 26
1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

Artículo 27
1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

Artículo 28
Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

Artículo 29
1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 30
Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.

DISTRIBUIDO GRATUITAMENTE POR EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN - PROHIBIDA SU VENTA